

**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**



---

**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y  
ELÉCTRICA UNIDAD “ZACATENCO”**

**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

**CONTROL ÓPTIMO DE LA VELOCIDAD DE  
MOTORES DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA  
PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y TIEMPO DE  
CONTROL**

**TESIS  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS  
CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PRESENTA:  
ING. GALICIA GUTIÉRREZ ISAAC**

**MÉXICO, D.F., DICIEMBRE 2011**



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
 SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de MEXICO D. F. siendo las 11:00 horas del día 19 del mes de Octubre del 2011 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación de la E.S.I.M.E. ZACATENCO para examinar la tesis titulada:

**“CONTROL ÓPTIMO DE LA VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y TIEMPO DE CONTROL”**

Presentada por el alumno:

GALICIA  
 Apellido paterno

GUTIÉRREZ  
 Apellido materno

ISAAC  
 Nombre(s)

Con registro: 

B	0	9	1	5	3	0
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de:

**MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA -

Directores de tesis

DR. LESZEK ZBIGNIEW KAWECKI  
 ZLOTKOWSKA  
 Primer vocal

DR. TADEUSZ NIEWIEROWICZ  
 SWIECICKA  
 Segundo vocal,

DR. DANIEL OLGUÍN SALINAS  
 Presidente

DR. DAVID ROMERO ROMERO  
 Secretario

DR. JAIME JOSÉ RODRÍGUEZ RIVAS  
 Tercer vocal

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

DR. JAIME ROBLES GARCÍA



SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



## CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de México, Distrito Federal, el día 20 del mes de Agosto del año 2011, el que suscribe **Ing. Isaac Galicia Gutiérrez** alumno del Programa de **Maestría en ciencias de Ingeniería Eléctrica** con número de registro **B091530**, adscrito a la sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Unidad Zacatenco, manifiesto que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de **los Dr. Leszek Kawecki Zlotkowska, y Dr. Tadeusz Niewierowicz Swiecicka** y cede los derechos del trabajo titulado: **Control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser escrito a las siguientes direcciones: **isaacgaliciagutierrez@hotmail.com** y **lkawecki@ipn.mx**

Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

**Ing. Isaac Galicia  
Gutiérrez**



## RESUMEN

En esta tesis, se realiza el diseño del control óptimo de la velocidad de motores de inducción para minimizar las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, limitando la amplitud de la corriente de alimentación a un valor deseado.

Para realizar la síntesis el control óptimo que limita la amplitud de la corriente del estator y minimiza simultáneamente las pérdidas de energía eléctrica en los devanados del estator y del rotor (pérdidas eléctricas), en el núcleo magnético del motor (pérdidas magnéticas) y el tiempo de control, se utilizan: el modelo del motor de inducción que considera los transitorios electromagnéticos y la saturación del material magnético del motor, el método de optimización de principio de máximo de Pontryagin y el algoritmo híbrido de optimización paramétrica.

Debido al problema de optimización multiobjetivo tratado en este trabajo se acepta como el índice de optimización la combinación lineal de los criterios singulares (formulados para minimizar por separado las pérdidas magnéticas, las pérdidas eléctricas y el tiempo de control), multiplicados por los coeficientes de peso  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , la solución del problema de doble valor en la frontera hay que repetir para cada una de las combinaciones elegidas de los coeficientes de peso mencionados. Una vez obtenidos los resultados para cada una de las combinaciones empleadas se seleccionan las soluciones óptimas o soluciones no dominadas. Para el caso de minimización simultánea de las pérdidas totales y del tiempo de control, se obtienen normalmente más de una solución no dominada, entonces se tiene que escoger una sola solución guiándose por la relación entre las pérdidas totales y el tiempo de control.

Este control se aplica durante el arranque óptimo en vacío para tres motores de inducción de diferentes potencias: 3 H.P, 500 H.P. y 2250 H.P.. Con los resultados obtenidos de las simulaciones, se obtienen conclusiones acerca de los controles diseñados. El control óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica (pérdidas eléctricas y pérdidas magnéticas) y el tiempo de control funciona correctamente con pequeñas limitaciones de la amplitud de la corriente del estator, esto garantiza que el motor no entre en saturación, aunque el tiempo de control es grande lo cual no es deseable, desde el punto de vista de optimización. Para el caso de limitaciones grandes de la amplitud de corriente del estator no se garantiza que el motor no entre en saturación sin embargo el tiempo de control es pequeño. Los programas que se utilizaron en la simulación se realizaron en FORTRAN 90 (algoritmo de optimización paramétrica y programa de simulación de arranque óptimo).



## ABSTRACT

In his thesis, we will the design of optimal control of the of induction motors speed that minimize the electric energy losses and time control, limiting the amplitude the supply current to a desired value.

For optimal control synthesis that limits the amplitude of the stator current while minimizing the electric energy losses in the windings of the stator and rotor (electrical loss) in the magnetic core of the motor (magnetic losses) and the time control are used: the induction motor model that considers the electromagnetic transients and saturation of the magnetic material of the motor, the optimization method of Pontryagin maximum principle and the hybrid algorithm of parametric optimization.

Due to the optimization problem discussed in this paper multi-objective accepted as the index of optimization the linear combination of the singular criteria (formulated to minimize separately the magnetic losses, electrical losses and time control), multiplied by the weight coefficients  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , the solution of the problem dual boundary value must be repeated for each of the chosen combinations of weight ratios mentioned. After obtaining the results for each of the combinations used are selected optimal solutions or no dominated solutions. In the case of simultaneous minimization of total losses and the time control is usually obtained over a non-dominated solution, and then you have to choose one solution guided by the relationship between total losses and time control.

This control is applied at the idle starting for three induction motors of different power: 3 H.P., 500 H.P. and 2250 H.P.. With the results of the simulations, we obtain conclusions about the controls designed. The optimal control that minimizes electric energy losses (electric losses and magnetic losses) and time control has a well performance properly within little limitations of the current amplitude of the stator, this ensure not to have magnetic saturation into the iron core, but from the optimization point of view, an undesirable long time control is presented. In the case of great limitations the stator current amplitude is not guaranteed that the motor into saturation however the time of control is short. . The programs that were used in the simulation realized in FORTRAN 90 (algorithm of parametric optimization and simulation program of optimal starting).



## AGRADECIMIENTOS

*Quiero agradecer especialmente a mi familia por el apoyo y comprensión que me brindaron durante estos años de estudio. Gracias por su paciencia.*

*A mis asesores “Dr. Leszek Kawecki Zlotkowska, Dr. Tadeusz Niewierowicz Swiecicka”, por su generosa ayuda en el planteamiento, dirección y revisión de esta Tesis.*

*Así como a todas aquellas personas que participaron directa o indirectamente para la realización de este trabajo de Tesis.*

*A todos y cada uno de ustedes..... gracias.*



# ÍNDICE GENERAL

	PÁG.
<b>RESUMEN</b>	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>V</b>
<b>ÍNDICE GENERAL</b>	<b>VII</b>
<b>ÍNDICE DE CONTENIDO</b>	<b>VII</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>IX</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>IX</b>
<b>SIMBOLOGÍA</b>	<b>XII</b>

## ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1 INTRODUCCIÓN	1
1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	2
1.3 OBJETIVO DE LA TESIS	2
1.4 JUSTIFICACIÓN	3
1.5 ESTADO DEL ARTE	4
1.6 ALCANCE	7
1.7 APORTACIONES DE LA TESIS	7
1.8 ESTRUCTURA DE LA TESIS	8
<b>CAPITULO 2 MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN</b>	<b>10</b>
2.1 INTRODUCCIÓN	10
2.2 MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN ALIMENTADO POR UNA FUENTE DE CORRIENTE	13
2.3 PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICAS	16
2.3.1 PÉRDIDAS ELÉCTRICAS	17
2.3.2 PÉRDIDAS MAGNÉTICAS	18
<b>CAPITULO 3 DISEÑO DEL CONTROL ÓPTIMO DE LA VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y TIEMPO DE CONTROL</b>	<b>27</b>
3.1 INTRODUCCIÓN	27
3.2 ÍNDICES DE OPTIMIZACIÓN VECTORIAL	28
3.3 CONTROL ÓPTIMO QUE MINIMIZA LAS PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y EL TIEMPO DE CONTROL	30
3.3.1 CONTROL ÓPTIMO QUE MINIMIZA EL TIEMPO DE CONTROL	30
3.3.2 CONTROL ÓPTIMO QUE MINIMIZA LAS PÉRDIDAS ELÉCTRICAS	33
3.3.3 CONTROL ÓPTIMO QUE MINIMIZA LAS PÉRDIDAS MAGNÉTICAS	35
3.3.4 CONTROL ÓPTIMO QUE MINIMIZA LAS PÉRDIDAS TOTALES (SUMA DE LAS PÉRDIDAS ELÉCTRICAS Y MAGNÉTICAS)	37
3.3.5 CONTROL ÓPTIMO QUE MINIMIZA LAS PÉRDIDAS TOTALES (PÉRDIDAS ELÉCTRICAS Y MAGNÉTICAS) Y EL TIEMPO DE CONTROL	39



---

ÍNDICE DE CONTENIDO	PÁG.
3.4 PROBLEMA DE DOBLE VALOR EN LA FRONTERA	41
<b>CAPITULO 4 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN</b>	<b>43</b>
4.1 INTRODUCCIÓN	43
4.2 DIAGRAMA A BLOQUES GENERAL DEL PROGRAMA DE CONTROL ÓPTIMO DE LA VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA LAS PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y EL TIEMPO DE CONTROL	43
4.3 SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 3H.P.	45
4.3.1 SIMULACIÓN DEL CONTROL CON LIMITACIÓN DE $i_1^0=8A$	45
4.3.2 SIMULACIÓN DEL CONTROL CON LIMITACIÓN DE $i_1^0=25A$	49
4.4 SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 500H.P.	52
4.4.1 SIMULACIÓN DEL CONTROL CON LIMITACIÓN DE $i_1^0=30A$	52
4.4.2 SIMULACIÓN DEL CONTROL CON LIMITACIÓN DE $i_1^0=150A$	56
4.5 SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 2250H.P.	60
4.5.1 SIMULACIÓN DEL CONTROL CON LIMITACIÓN DE $i_1^0=150A$	60
4.5.2 SIMULACIÓN DEL CONTROL CON LIMITACIÓN DE $i_1^0=300A$	64
<b>CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>69</b>
5.1 INTRODUCCIÓN	69
5.2 CONCLUSIONES	69
5.3 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS	71
<b>REFERENCIAS</b>	<b>72</b>
<b>APÉNDICES</b>	
APÉNDICE A: CONTROL ÓPTIMO	77
A.1 INTRODUCCIÓN	77
A.2 OPTIMIZACIÓN DINÁMICA	77
A.3 MÉTODO DE PRINCIPIO DE MÁXIMO DE PONTRYAGIN	81
APÉNDICE B: DETERMINACIÓN DEL VALOR LÍMITE $i_{11}$ DE LA AMPLITUD DE LA CORRIENTE DEL ESTATOR DURANTE EL CONTROL ÓPTIMO DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA SIMULTÁNEAMENTE LAS PÉRDIDAS TOTALES Y EL TIEMPO DE CONTROL	84
B.1 MODELO SIMPLE DEL MOTOR DE INDUCCIÓN	84
B.2 MINIMIZACIÓN DE LAS PÉRDIDAS TOTALES Y DEL TIEMPO DE CONTROL	86
B.3 DETERMINACIÓN DEL VALOR DE $i_{11}(v)$	93
APÉNDICE C: PROBLEMA DE DOBLE VALOR EN LA FRONTERA	96
C.1 INTRODUCCIÓN	96
C.2 DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO HÍBRIDO DE OPTIMIZACIÓN PARAMÉTRICA	97
APÉNDICE D: PROGRAMAS EN FORTRAN DE LA SIMULACIÓN DEL CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y TIEMPO DE CONTROL	104
D.1 ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN PARAMÉTRICA	104
D.1.1 DATOS QUE REQUIERE EL PROGRAMA	104
D.1.2 ALGORITMO HÍBRIDO DE OPTIMIZACIÓN PARAMÉTRICA	105
D.2 PROGRAMA DE SIMULACIÓN DE ARRANQUE ÓPTIMO	120
D.2.1 DATOS QUE REQUIERE EL PROGRAMA	120
D.2.2 PROGRAMA PARA SIMULAR EL ARRANQUE ÓPTIMO	120

---





ÍNDICE DE CONTENIDO	PÁG.
APÉNDICE E: TABLA DE COEFICIENTES DEL ÍNDICE DE OPTIMIZACIÓN Y TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN	126
E.1 TABLA DE COEFICIENTES DEL ÍNDICE DE OPTIMIZACIÓN	126
E.2 TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 3 H.P.	127
E.3 TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 500 H.P.	136
E.4 TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 2250 H.P.	145

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>TABLAS CAPITULO 4</b>	<b>43</b>
Tabla 4.1. Resultados de la simulación	46
Tabla 4.2. Resultados de la simulación	49
Tabla 4.3. Resultados de la simulación	53
Tabla 4.4. Resultados de la simulación	56
Tabla 4.5. Resultados de la simulación	61
Tabla 4.6. Resultados de la simulación	65
<b>TABLAS APENDICE E</b>	<b>126</b>
E.1 TABLA DE COEFICIENTES DEL ÍNDICE DE OPTIMIZACIÓN	126
E.2 TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 3 H.P.	127
Tabla E.2.1. Resultados de la simulación con limitación de $i_1^0=8$ A	127
Tabla E.2.2. Resultados de la simulación con limitación de $i_1^0=25$ A	131
E.3 TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 500 H.P.	136
Tabla E.3.1. Resultados de la simulación con limitación de $i_1^0=30$ A	136
Tabla E.3.2. Resultados de la simulación con limitación de $i_1^0=150$ A	140
E.4 TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 2250 H.P.	145
Tabla E.4.1. Resultados de la simulación con limitación de $i_1^0=150$ A	145
Tabla E.4.2. Resultados de la simulación con limitación de $i_1^0=300$ A	149

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>FIGURAS CAPITULO 2</b>	<b>10</b>
Fig. 2.1. Diagrama esquemático de las bobinas de un motor de inducción trifásico del rotor y del estator	10
Fig. 2.2. Representación de la máquina equivalente de dos fases	11
Fig. 2.3. Determinación de la aproximación lineal	15
Fig. 2.4. Aproximación de la función $f(\psi_o)$	15
Fig. 2.5. Diagrama de pérdidas de las maquinas eléctricas	16
Fig. 2.6. Ciclos de histéresis para diferentes valores de intensidad del campo magnético (B - densidad de flujo magnético medida en [T], H-intensidad del campo magnético medida en [A/m])	19
Fig. 2.7. Aproximación de la curva de magnetización por la curva quebrada.	21



ÍNDICE DE FIGURAS	PÁG.
Fig. 2.8. Presentación de la aproximación de la curva de magnetización en las coordenadas $\psi$ - $i$	22
<b>FIGURAS CAPITULO 3</b>	<b>27</b>
Fig. 3.1. Sistema abierto de control	28
<b>FIGURAS CAPITULO 4</b>	<b>43</b>
Fig. 4.1. Diagrama a bloques general del control óptimo de la velocidad del motor de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control	44
Fig. 4.2. Amplitud del voltaje de fase	46
Fig. 4.3. Frecuencia del voltaje de fase	46
Fig. 4.4. Velocidad angular del motor	47
Fig. 4.5. Amplitud de la corriente del estator	47
Fig. 4.6. Amplitud de la corriente del rotor	47
Fig. 4.7. Amplitud de la corriente de magnetización	47
Fig. 4.8. Amplitud del flujo de magnetización.	47
Fig. 4.9. Pérdidas eléctricas	47
Fig. 4.10. Pérdidas magnéticas	48
Fig. 4.11. Pérdidas totales	48
Fig. 4.12. Par electromagnético	48
Fig. 4.13. Amplitud del voltaje de fase	50
Fig. 4.14. Frecuencia del voltaje de fase	50
Fig. 4.15. Velocidad angular del motor	50
Fig. 4.16. Amplitud de la corriente del estator	50
Fig. 4.17. Amplitud de la corriente del rotor	50
Fig. 4.18. Amplitud de la corriente de magnetización	50
Fig. 4.19. Amplitud del flujo de magnetización	51
Fig. 4.20. Pérdidas eléctricas.	51
Fig. 4.21. Pérdidas magnéticas	51
Fig. 4.22. Pérdidas totales.	51
Fig. 4.23. Par electromagnético.	51
Fig. 4.24. Amplitud del voltaje de fase.	54
Fig. 4.25. Frecuencia del voltaje de fase	54
Fig. 4.26. Velocidad angular del motor	54
Fig. 4.27. Amplitud de la corriente del estator.	54
Fig. 4.28. Amplitud de la corriente del rotor.	54
Fig. 4.29. Amplitud de la corriente de magnetización	54
Fig. 4.30. Amplitud del flujo de magnetización	55
Fig. 4.31. Pérdidas eléctricas	55
Fig. 4.32. Pérdidas magnéticas	55
Fig. 4.33. Pérdidas totales.	55
Fig. 4.34. Par electromagnético	55
Fig. 4.35. Amplitud del voltaje de fase	58
Fig. 4.36. Frecuencia del voltaje de fase.	58
Fig. 4.37. Velocidad angular del motor	58
Fig. 4.38. Amplitud de la corriente del estator	58
Fig. 4.39. Amplitud de la corriente del rotor	58
Fig. 4.40. Amplitud de la corriente de magnetización	58
Fig. 4.41. Amplitud del flujo de magnetización	59
Fig. 4.42. Pérdidas eléctricas	59
Fig. 4.43. Pérdidas magnéticas	59



ÍNDICE DE FIGURAS	PÁG.
Fig. 4.44. Pérdidas totales	59
Fig. 4.45. Par electromagnético	59
Fig. 4.46. Amplitud del voltaje de fase	62
Fig. 4.47. Frecuencia del voltaje de fase.	62
Fig. 4.48. Velocidad angular del motor	62
Fig. 4.49. Amplitud de la corriente del estator	62
Fig. 4.50. Amplitud de la corriente del rotor	63
Fig. 4.51. Amplitud de la corriente de magnetización	63
Fig. 4.52. Amplitud del flujo de magnetización	63
Fig. 4.53. Pérdidas eléctricas	63
Fig. 4.54. Pérdidas magnéticas	63
Fig. 4.55. Pérdidas totales	63
Fig. 4.56. Par electromagnético	64
Fig. 4.57. Amplitud del voltaje de fase	66
Fig. 4.58. Frecuencia del voltaje de fase	66
Fig. 4.59. Velocidad angular del motor	66
Fig. 4.60. Amplitud de la corriente del estator	66
Fig. 4.61. Amplitud de la corriente del rotor	66
Fig. 4.62. Amplitud de la corriente de magnetización	66
Fig. 4.63. Amplitud del flujo de magnetización	67
Fig. 4.64. Pérdidas eléctricas	67
Fig. 4.65. Pérdidas magnéticas	67
Fig. 4.66. Pérdidas totales	67
Fig. 4.67. Par electromagnético	67
<b>FIGURAS APÉNDICE A</b>	<b>77</b>
Fig. A.1. Control óptimo en el sistema abierto	78
Fig. A.1. Control óptimo en el sistema cerrado	80
<b>FIGURAS APÉNDICE B</b>	<b>84</b>
Fig. B.1. $\dot{i}_{11}$ en función de la velocidad relativa $v$ para el motor de 3 h.p. y $\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \lambda_3 = 1$	93
Fig. B.2. $\dot{i}_{11}$ en función de la velocidad relativa $v$ para el motor de 500 h.p. y $\lambda_1 = 0.1 \lambda_2 = 0.4 \lambda_3 = 0.5$	94
Fig. B.3. $\dot{i}_{11}$ en función de la velocidad relativa $v$ para el motor de 500 h.p. y $\lambda_1 = 0.72 \lambda_2 = 0.18 \lambda_3 = 0.1$	94
Fig. B.4. $\dot{i}_{11}$ en función de la velocidad relativa $v$ para el motor de 2250 h.p. y $\lambda_1 = 0.27 \lambda_2 = 0.63 \lambda_3 = 0.1$	95
Fig. B.5. $\dot{i}_{11}$ en función de la velocidad relativa $v$ para el motor de 2250h.p. y $\lambda_1 = 0.09 \lambda_2 = 0.21 \lambda_3 = 0.7$	95
<b>FIGURAS APÉNDICE C</b>	<b>96</b>
Fig. C.1. Diagrama de flujo del algoritmo híbrido de optimización paramétrica	99
Fig. C.2. Diagrama de flujo del algoritmo híbrido de optimización paramétrica (continuación)	100



## SIMBOLOGÍA

$B$	Densidad de flujo magnético medida en [T].
$B_{i,m}$	Densidad de flujo magnético máxima medida en [T].
$B_{om}$	Valor de la saturación de la densidad de flujo de magnetización [T].
$B_o$	Densidad de flujo de magnetización dependiente de la amplitud de la corriente de magnetización.
$d$	Grosor de la lámina de la cual está construido el núcleo magnético del motor medida en [m].
$f(\psi_{od}), f(\psi_{oq}), f(\psi_o)$	Funciones de las componentes y de la amplitud del flujo de magnetización utilizada para definir la influencia de la saturación del hierro en los flujos magnéticos concatenados con los devanados del motor.
$H$	Hamiltoniano.
$i$	Amplitud de la corriente $i(t)$ que provoca este flujo magnético.
$i(t)$	Corriente que provoca el flujo magnético.
$i_a, i_b, i_c$	Corrientes de las fases a, b, c generadas por el convertidor de frecuencia de corriente, las amplitudes de las corrientes son proporcionales al voltaje continuo $u_r$ , mientras que la frecuencia de dichas corrientes es proporcional al voltaje continuo $u_\omega$ .
$i_m$	Valor máximo admisible de la amplitud de la corriente para que el material magnético no entre en la saturación.
$i_o$	Amplitud de la corriente de magnetización.
$i_{om}$	Valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización obtenido durante el control óptimo de la velocidad del motor de inducción.
$i_{omax}$	Valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización cuando el material magnético del motor no entra todavía en saturación.
$i_l$	Amplitud de corriente del estator [A].
$i_{l_{opt}}$	Valor óptimo de la amplitud de la corriente de una fase del estator del motor [A].
$i_1(t)$	Valores instantáneos de las corrientes del estator [A].
$i_{1l}$	Determinación del valor límite de la amplitud de la corriente de estator durante el control óptimo de la velocidad de los motores de inducción.
$i_1^0$	Valor de la amplitud de corriente del estator a un valor deseado.
$i_2'(t)$	Valores instantáneos de las corrientes del rotor.
$i_{1d}$ y $i_{1q}$	Componentes en los ejes $d$ - $q$ de la corriente del estator [A].
$i_{2d}'$ , $i_{2q}'$	Componentes en los ejes $d$ - $q$ de la corriente del rotor [A].
$J$	Momento de inercia del rotor.
$l$	Distancia entre las paredes de los dominios magnéticos que forman las bandas paralelas del grosor $d$ .
$L$	Inductancia del devanado por el cual pasa la corriente senoidal $i(t)$ .
$M_e$	Par electromagnético del motor.
$M_m$	Masa del núcleo magnético del motor.
$M_s$	Masa del material magnético del estator del motor medida en [kg].
$M_r$	Masa del material magnético del rotor del motor medida en [kg].



$M_o$	Par de la carga.
$p$	Par de polos.
$P_g$	Pérdidas provocadas por las corrientes giratorias.
$P_{gan}$	Pérdidas de anomalías.
$P_{gcl}$	Pérdidas relacionadas con el grosor y resistividad de la lámina de la cual está construido el núcleo magnético del motor.
$P_h$	Pérdidas provocadas por la histéresis.
$P_m$	Pérdidas de potencia en el material magnético.
$P_{mr}$	Pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo del rotor del motor medidas en [W].
$P_{ms}$	Pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo del estator del motor medidas en [W].
$P_{mt}$	Pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo magnético del estator y del rotor.
$Q$	Índice de optimización multicriterial (cuando se minimiza simultáneamente el índice de optimización escalar).
$Q_e$	Pérdidas de energía eléctrica en las resistencias de los devanados del estator y del rotor del motor trifásico.
$Q_i$	Índice de optimización escalar del número “i” (i=1,2,...,k, donde k es el número total de los índices escalares de optimización).
$Q_m$	Pérdidas de energía eléctrica en el núcleo magnético del motor durante el tiempo de control $t_r$ obtenidas con la alimentación senoidal.
$Q_t$	Índice de optimización cuando se minimiza solamente el tiempo de control $t_r$ .
$R_1, R_2'$	Resistencias de los devanados de una fase del estator y del rotor referido al circuito del estator, respectivamente.
$S$	Superficie (medida en [m <sup>2</sup> ]) por la cual pasan las líneas de densidad de flujo magnético.
$t_r$	Tiempo de arranque del motor o el tiempo de cambio de la velocidad en el control.
$u_i$	Voltaje continuo que controla la amplitud de corriente generado por el convertidor de frecuencia de corriente.
$u_m$	Valor nominal de la amplitud del voltaje de alimentación [V].
$u_\omega$	Voltaje continuo que controla la frecuencia angular de la corriente generado por el convertidor de frecuencia de corriente.
$V, V_1, V_2, V_3$	Variables conjugadas.
$x$	Constante determinada empíricamente del valor dependiente del tipo de hierro ( $x=1.5-3.0$ ) (para la lámina de transformadores, anisótropa de laminado en frío par $B_{i,m} \leq 1.45[T]$ , $x=2$ [31]).
$X$	Reactancia de este devanado calculada para la frecuencia nominal de la corriente $i(t)$ .
$X_1, X_2'$	Reactancias a la frecuencia nominal de la corriente del estator de dispersión de los devanados del estator y del rotor referido al circuito del estator, respectivamente.
$X_o$	Reactancia de magnetización del motor de doble fase equivalente a la frecuencia nominal de la corriente del estator.
$\Delta Q_t$	Aumento porcentual de las pérdidas totales obtenido en relación al control que minimiza dichas pérdidas.



$\Delta t_r$	Aumento porcentual del tiempo de arranque obtenido en relación al control óptimo en tiempo.
$\beta(t)$	Deslizamiento relativo (por unidad).
$\beta'(t)$	Deslizamiento absoluto.
$\varepsilon$	Coefficiente constante del valor dependiente del tipo de la lámina (para la lámina de transformadores que contiene 4% de silicio $\varepsilon = 1.2 - 2.0[m^4 / H kg]$ ).
$\gamma_c$	Conductividad específica de la lámina medida en [S/m].
$\eta$	Coefficiente empírico del valor dependiente de la composición química y del procesamiento térmico aplicado al hierro.
$\lambda_1, \lambda_2$ y $\lambda_3$	Coefficiente de peso del criterio escalar $Q_i$ en el criterio vectorial de optimización $Q$ "escalarizado", presentado como la combinación lineal de sus componentes.
$\rho_m$	Densidad específica de la lámina medida en [kg/m <sup>3</sup> ].
$\omega$	Velocidad angular de la corriente del estator [rd/s].
$\omega = 2\pi f$	Frecuencia angular de la corriente senoidal medida en [rd/s] (f es la frecuencia de esta corriente medida en [Hz]).
$\omega'$	Frecuencia angular de las corrientes giratorias y de imantación en el rotor.
$\omega_e$	Velocidad angular eléctrica del campo magnético giratorio en el entre hierro, estabilizado por la corriente del estator a la frecuencia fundamental.
$\omega_k$	Frecuencia angular del sistema de coordenadas $d-q$ .
$\omega_n$	Frecuencia angular nominal de corriente del estator.
$\omega_r$	Velocidad angular del rotor con un par de polos.
$\xi(t)$	Angulo entre el vector de corriente del estator y eje "d" de las coordenadas $d-q$ que giran con velocidad rotor.
$\Psi$	Flujo magnético que pasa por el material magnético.
$\Psi_m$	Valor máximo del flujo magnético (valor de saturación).
$\Psi_o$	Flujo de magnetización.
$\Psi_{om}$	Valor de saturación del flujo de magnetización, $B_{om}$ es el valor de saturación de la densidad de flujo de magnetización.
$\Psi'_{2d}, \Psi'_{2q}$	Componentes del vector del flujo magnético concatenado con los devanados del rotor referido al circuito del estator.
$\Psi_{od}, \Psi_{oq}$	Componentes del vector de flujo de magnetización.



---

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 INTRODUCCIÓN

A partir de su invención en el siglo XIX, los motores eléctricos de inducción acompañan a la sociedad en diversas áreas como la producción de bienes, transportes, electrodomésticos, servicios médicos y entretenimiento. El uso extenso de los motores eléctricos de inducción en la vida diaria se debe a que estas máquinas convierten la energía eléctrica en energía mecánica. En la actualidad se dice una persona utiliza por lo menos 50 motores eléctricos de inducción, de aquí la importancia de estudiar estas máquinas y tratar de mejorar su funcionamiento [1].

Las razones fundamentales que justifican la aplicación masiva de la máquina de inducción hoy en día, residen en su sencillez constructiva y en la robustez que ofrecen estas máquinas durante la operación (arranques y paros frecuentes, operación continua, sobrecargas, ambientes corrosivos o explosivos, etc). Estos motores requieren un mantenimiento mínimo, pueden operar convenientemente en ambientes peligrosos y tienen una tasa de falla muy reducida. Algunas limitaciones tales como el ajuste de la característica par-velocidad, la intensidad de las corrientes durante el arranque, la regulación de velocidad y el rendimiento han sido resueltas o mejoradas con diseños ingeniosos o incorporando controladores electrónicos de potencia [2].

Una de las maneras más efectivas de producir un accionamiento de un motor de inducción con velocidad variable se logra teniendo una alimentación trifásica de voltaje o corriente a frecuencia y amplitud variable. La frecuencia variable es requerida ya que la velocidad del rotor depende de la velocidad del flujo magnético rotatorio proporcionado por el estator. El voltaje variable es necesario ya que la impedancia del motor disminuye a baja frecuencia y por lo tanto la corriente debe ser limitada reduciendo el voltaje de alimentación. [3, 4, 5].

Hoy en día el ahorro de energía es un factor importante para las industrias debido a que en estas se encuentran la mayor cantidad de motores eléctricos de inducción, esto conlleva a que los motores utilizados en las industrias deben tener una alta eficiencia, lo cual puede conducir ahorros significativos de energía eléctrica y por consecuencia un ahorro económico [6]. La eficiencia de la máquina eléctrica se determina prácticamente por las pérdidas que se producen dentro de ella como son pérdidas eléctricas, pérdidas magnéticas y pérdidas mecánicas. Si la máquina trabaja a una velocidad dada, las pérdidas mecánicas son constantes porque están relacionadas directamente con la velocidad del rotor. Por lo tanto, la eficiencia de la máquina depende primordialmente de las pérdidas en el hierro y las pérdidas en el cobre [7]. Surge entonces la necesidad de minimizar las pérdidas de energía eléctrica controlando la velocidad de motores de inducción.

En el diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción se busca minimizar las pérdidas eléctricas, las pérdidas magnéticas y al mismo tiempo reducir el tiempo de control.



## 1.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Diseñando el control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control y limita el valor de la amplitud de la corriente del estator a un valor deseado, se pueden utilizar diferentes modelos del motor de inducción: complejo (que considera los transitorios electromagnéticos y la saturación del material magnético del motor) o sencillo (que no considera los transitorios electromagnéticos ni la saturación del material magnético). En el caso que se utilice un modelo sencillo para el diseño del control óptimo se reduce el tiempo de cómputo y se puede considerar el sistema en lazo cerrado. Para el modelo del motor de inducción complejo, se obtiene el control óptimo en lazo abierto con una solución del problema de optimización más difícil y el tiempo de cómputo mayor [8, 65]. En el trabajo se utilizara el modelo que considera los transitorios electromagnéticos y la saturación del material magnético debido a que se asemeja más al comportamiento del motor real y los resultados son más exactos.

El diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control se realiza para el lazo abierto y consiste en la determinación como deben de variar las variables de control (amplitud y frecuencia de la corriente o el voltaje de alimentación) en función del tiempo, para minimizar el índice de optimización multiobjetivo elegido, limitando la amplitud de la corriente de alimentación a un valor deseado (lo que permite limitar la potencia, el costo del convertidor de frecuencia estático que se considera una fuente de alimentación simétrica) [9].

Para el diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, se utilizaron dos valores límite de la amplitud de la corriente de alimentación: un valor que garantiza que no suceda la saturación del material magnético y otro que no garantiza que suceda dicha saturación.

## 1.3 OBJETIVO DE LA TESIS

Diseñar el control óptimo de la velocidad de los motores de inducción para minimizar simultáneamente las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, limitando la amplitud de la corriente de alimentación al valor deseado.

Comparar el control óptimo de la velocidad del motor de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control con los controles óptimos que minimizan solamente: el tiempo de control, las pérdidas eléctricas, las pérdidas magnéticas y las pérdidas totales.





## 1.4 JUSTIFICACIÓN

Es importante disminuir las pérdidas de energía eléctrica, para reducir los costos de operación y costos de energía eléctrica. Esto implica establecer estrategias de variación de las variables de control para minimizar las pérdidas de energía eléctrica (las pérdidas en el cobre y las pérdidas en el hierro). Sin embargo en muchas ocasiones el control que minimiza las pérdidas de energía eléctrica alarga el tiempo de control, lo que puede ser inadmisibles en algunas aplicaciones [10].

En el caso de control óptimo de velocidad de motor de inducción que minimiza solamente las pérdidas en el cobre, el control trata de disminuir las amplitudes de las corrientes del estator y del rotor a los valores posiblemente pequeños para los cuales el par electromagnético del motor es todavía mayor que el par de la carga. Esto provoca que el tiempo de control se haga largo. Con el aumento de este tiempo se incrementan las pérdidas en el cobre y en el hierro. El control busca entonces un compromiso entre estos dos factores contradictorios, es decir, entre la disminución de las amplitudes de las corrientes del estator y del rotor y del alargamiento del tiempo de control. Como resultado de la minimización de las pérdidas solamente en el cobre, se obtiene el tiempo de control relativamente largo y las amplitudes de las corrientes relativamente pequeñas. En estas condiciones las pérdidas magnéticas pueden obtener los valores grandes, incluso mucho más grandes que las pérdidas en el cobre [11]. En consecuencia las pérdidas totales durante el control óptimo que minimiza solamente las pérdidas en el cobre, son más grandes que obtenidas en cualquier otro tipo de control óptimo (que minimiza el tiempo de control o que minimiza solamente las pérdidas en el hierro) [12]. La minimización de las pérdidas solamente en el hierro [12] o las pérdidas totales (en el cobre y en el hierro) [13] da prácticamente los mismos (para los valores admisibles de la corriente del estator relativamente pequeños) o iguales (para los valores admisibles de la corriente del estator relativamente grandes) valores de las pérdidas totales como el control óptimo en tiempo pero con el tiempo de control más largo.

Puesto que el tiempo de control es normalmente un factor muy importante en el control de la velocidad de motores de inducción, entonces minimizando las pérdidas de la energía eléctrica durante el control de velocidad de motores de inducción, es de suma importancia minimizar también el tiempo de control. En este caso el índice de optimización tiene que tomar en consideración tres factores: las pérdidas en el cobre, las pérdidas en el hierro y el tiempo de control [14].

En este trabajo se presenta una parte de la investigación llevada a cabo en el proyecto titulado “Desarrollo de los métodos de terminar el arranque óptimo en tiempo de motores de inducción”, con clave de registro ante la SIP: 20110356.



## 1.5 ESTADO DEL ARTE

Tanto en el pasado como en el presente se han estudiado diferentes formas de realizar el control óptimo de la velocidad de motores de inducción, algunos de los temas de interés se han publicado tanto en libros como en artículos, dentro los cuales podemos citar:

Shigeo Morimoto, Yi Tong y Taka Hirasaka en 1994, proponen mejorar la eficiencia de un motor síncrono de imanes permanentes, utilizando el control óptimo que toma en cuenta las pérdidas en el cobre, las pérdidas en el hierro para minimizar la corriente de armadura. [15].

E. Mendes, A. Baba y A. Razeq en 1995 proponen un método basado en la optimización del estado estacionario referenciado al flujo del rotor y después extenderlo a la operación dinámica [16].

Iordanis Kioskeridis y Nikos Margaris en 1996 realizan un modelo de control de las pérdidas para determinar el flujo óptimo y así minimizar las pérdidas que se presentan en el motor de inducción [17].

Fidel Fernández-Bernal, Aurelio García Cerrada y Roberto Faure en el 2000 presentan un modelo general en el marco de referencia  $d-q$  para diversos motores (motor síncrono de imanes permanentes, motor síncrono de reluctancia, motor de inducción, motor de corriente continua), los cuales consideran la saturación del material magnético. Este modelo general se utiliza para minimizar las pérdidas de los motores y con ello determinar la eficiencia [18].

Sheng Ming Yang y Feng Chieh Lin en el 2001 proponen un esquema que usa el control del factor de potencia que realiza mediciones automáticas a las pérdidas mínimas y al factor de potencia, una de las ventajas es que tiene alta sensibilidad y facilidad de implementación principalmente cuando los motores tienen carga [19].

C. M.Vega, J.R. Anibas y J. Herrero en el 2002 presenta un control óptimo en tiempo, utilizando trayectorias óptimas en tiempo, basada en el principio máximo de Pontryagin, se deducen de una inducción en un motor jaula de ardilla con par de carga constante. Estas trayectorias son válidas para la aceleración y desaceleración con o sin carga manteniendo la velocidad del motor constante y limitando la amplitud de la corriente del estator [20].

Nicola Bianchi, Silverio Bolognani, Mauro Zigliotto en el 2002 proponen una estrategia de control de corriente para el motor síncrono de imanes permanentes con rotores isotrópicos y anisotrópicos, utilizan el control óptimo en tiempo basado en el principio de máximo de Pontryagin. La estrategia de control de corriente asegura una respuesta muy rápida ante cualquier variación en el par. Este control exhibe una respuesta más rápida que el control de histéresis [21].



M. Cacciato, A. Consoli, G. Scarcella, G. Scelba y A. Testa en el 2006 proponen una técnica de control capaz de optimizar la eficiencia del control escalar para el motor de inducción. La estrategia se basa en una constante del nivel óptimo de deslizamiento y es capaz de modificar el valor del flujo de magnetización cuando aumentan la carga. Se utiliza una interfaz intuitiva de adaptación conociendo el par máximo por corriente, este algoritmo es una nueva versión para el control escalar, asegurando un deslizamiento constante del nivel óptimo [22].

Abdelhakim Haddoun, Mohamed El Hachemi Benbouzid, Demba Diallo, Rachhid Abdessemed, Jamel Ghouili y Kamel Srairi en el 2007 proponen una estrategia que minimiza las pérdidas de un motor de inducción. La estrategia de control propuesta, es basada en el control directo del par y del flujo, utiliza el flujo del estator como variable de control y el nivel del flujo es seleccionado de acuerdo con el par demandado [23].

Jerkovic Vedrana, Spoljaric Zeljko y Valter Zdravko en el 2008 realizan una configuración óptima utilizando un convertidor de frecuencia de alto rendimiento para accionar un motor de inducción. Utilizan un programa de control óptimo para realizar mediciones cuando el motor trabaja con la carga. Dicho programa puede corregir el factor de potencia y compensar el deslizamiento de modo que la velocidad del motor sea constante independientemente de la carga [24].

Lingshun Liu, Kai Zhang y Shutuan Zhang en el 2009 propone mejorar el rendimiento del control de campo orientado considerando las pérdidas eléctricas del motor de inducción. El modelo del motor de inducción considera los transitorios electromagnéticos y la saturación del material magnético, el cual está expresado en las coordenadas  $d-q$ , referido al marco del rotor. El método presentado minimiza las pérdidas eléctricas y puede mantener constante la velocidad del motor [25].

Amr M. A. Amin, Mohamed I. El Korfally, Abdallah A. Sayed, y Omar T. M. Hegazy en el 2009 presentan un nuevo enfoque el cual consiste en mejorar la eficiencia del motor mediante la evaluación del flujo del rotor en cualquier punto de funcionamiento y al mismo tiempo mejorar el par electromagnético para obtener una respuesta dinámica más rápida, todo esto se consigue en base a la optimización multiobjetivo [26].

En el año 2010 se realizaron numerosas investigaciones sobre cómo realizar el control óptimo del motor de inducción utilizando diferentes estrategias de optimización y realizar combinaciones entre ellas, uno de estos trabajos realizado por Eleftheria S. Sergaki [27] proponen la optimización del flujo en tiempo real utilizando el control difuso, también incluye un control directo del par, para lograr minimizar las pérdidas cumpliendo con las exigencias de carga y velocidad. El sistema de control difuso utiliza el flujo como una variable de control para minimizar el consumo de potencia de entrada en el estado de equilibrio, mientras que en operación transitoria el flujo óptimo se logra con los valores medidos de la velocidad del motor y los errores de operación de referencia de par.

El trabajo desarrollado en el año 2010 por Chuanfu Jin, Yanguang Sun y Qinghai Fang [28] realiza el control óptimo predictivo tomando como variable de control el flujo,



considerando que el motor tiene un comportamiento no lineal y minimizando las pérdidas que en él se producen.

En este mismo año 2010 I. Daut, K. Anayet, N. Gomesh, M. Asri, Syatirah y M. Muzhar [29] desarrollan una metodología para obtener los parámetros del motor de inducción en régimen permanente a partir de los datos entregados por los fabricantes. El conjunto de ecuaciones no lineales obtenidas es resuelto mediante métodos numéricos convencionales. Los parámetros calculados analíticamente son comparados y validados con aquellos que son obtenidos al realizar pruebas clásicas de determinación de parámetros en las máquinas de inducción. Una vez que se validan los resultados se determinan las pérdidas eléctricas y las pérdidas magnéticas para determinar la eficiencia de la máquina.

En la SEPI – ESIME – ZACATENCO – IPN, se han realizado diversas investigaciones sobre el control óptimo de la velocidad de motores de inducción. Algunos resultados de dichas investigaciones se presentan en las siguientes tesis de maestría:

- Tesis de Maestría, “Estudio de control óptimo de motores de inducción con alimentación no senoidal”, realizada por M.C. Lázaro Eduardo Castillo Barrera, trata sobre la influencia de la forma no senoidal del voltaje que alimenta al motor de inducción (voltaje escalonado y el generado por un inversor PWM senoidal) en el control óptimo en tiempo de la velocidad de dicho motor, teniendo como objetivo investigar la operación del control óptimo del motor de inducción cuando se alimenta con una onda de señal senoidal, escalonada y PWM senoidal. Se considera para estos dos últimos casos un análisis de las armónicas a altas frecuencias, para determinar las pérdidas magnéticas provocadas por ellas [30].
- Tesis de Maestría, “Estudio del control óptimo de motores de inducción con la saturación del material magnético”, realizada por M.C. Karla Idania Aguirre Molar, esta tesis aborda como diseñar el control óptimo en tiempo para el arranque en vacío del motor de inducción, utilizando diferentes modelos del motor de inducción: uno que considera la saturación del material magnético y otro en el que se desprecia la saturación [9].
- Tesis de Maestría, “Diseño del Control Óptimo de la Velocidad de Motores de Inducción que Minimiza las Pérdidas de Energía Eléctrica”, realizada por M.C Daniel Pérez Jiménez, en este trabajo se realiza el diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimizan las pérdidas de energía eléctrica y limita la corriente del estator a un valor deseado, en el diseño del control óptimo se aplica un índice de optimización multiobjetivo que utiliza diferentes combinaciones de coeficientes de peso, debido a ello se tienen varios posibles resultados. Estas combinaciones van desde la que corresponde a la minimización solamente de las pérdidas magnéticas hasta la que corresponde a la minimización solamente de las pérdidas eléctricas. Esto origina el problema de decidir cuál de ellos es el correcto y para esta selección se aplica otro criterio que son las pérdidas totales (la suma de las pérdidas eléctricas y magnéticas) [31].



## 1.6 ALCANCE

Con los resultados de la tesis se contribuye a dar a conocer una forma en que se puede minimizar las pérdidas de energía eléctrica (pérdidas eléctricas y pérdidas magnéticas) y el tiempo de control durante el control óptimo de la velocidad de los motores de inducción. También permite saber de qué manera limitar la corriente de estator a un valor deseado para que no ocurra la saturación del material magnético del motor.

## 1.7 APORTACIONES DE LA TESIS

Las aportaciones más importantes de este trabajo son:

- Diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control en lazo abierto limitando la amplitud de la corriente del estator al valor deseado y tomando en cuenta la saturación del material magnético y los transitorios electromagnéticos del motor de inducción, el cual es alimentado por un convertidor de frecuencia senoidal.
- Para resolver el problema de optimización multiobjetivo tratado en este trabajo se acepta como índice de optimización la combinación lineal de los criterios singulares (las pérdidas magnéticas, las pérdidas eléctricas y el tiempo de control), multiplicados por los coeficientes de peso  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ .
- Se utilizan 90 combinaciones de los coeficientes del índice de optimización para tratar de abarcar todas las posibles combinaciones de valores admisibles de dichos coeficientes, tomando en cuenta que la suma de dichos coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  tiene que ser igual a 1.
- Se resuelve el problema de doble valor en la frontera para el control óptimo en lazo abierto en forma explícita utilizando un algoritmo híbrido de optimización paramétrica (ver apéndice D), se debe repetir varias veces, cada vez para diferente combinación de los valores de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ , del índice de optimización.
- En la selección de los resultados obtenidos para cada una de las combinaciones empleadas se seleccionan las soluciones óptimas en el sentido de Pareto, quiere decir, las soluciones *no dominadas*, en las cuales los valores de cada uno de los índices singulares no son mayores que en las otras soluciones [10].
- Se utiliza un criterio adicional para escoger la solución óptima no dominada, que es el equilibrio entre el aumento de las pérdidas totales y el aumento del tiempo de control respecto a los valores de dichas pérdidas y del tiempo obtenidos minimizando sus respectivos índices de optimización por separado, es decir, minimizando solamente las pérdidas totales o solamente el tiempo.



Los artículos publicados a partir de la investigación de este trabajo son:

- Leszek Kawecki, Tadeusz Niewierowicz, Isaac Galicia Gutiérrez, “Minimización del Tiempo y de las Pérdidas de Energía Eléctrica en el Control de Velocidad de Motores de Inducción”, Memoria de 12° Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, México D.F., 8 – 12 de Noviembre de 2010.
- Isaac Galicia Gutiérrez, Leszek Kawecki, Tadeusz Niewierowicz, Minimización de las Pérdidas de Energía Eléctrica y el Tiempo de Control Durante el Arranque De Motores De Inducción De Diferentes Potencias”, Memoria de Conferencia Internacional IEEE Sección México, Capítulo de Potencia, Vigésimocuarta Reunión de Verano, Acapulco Gro., México del 10-16 de Julio 2011.

## 1.8 ESTRUCTURA DE LA TESIS

La tesis está estructurada en cinco capítulos y cinco apéndices:

El **capítulo uno** se definen los objetivos de la investigación, la justificación del trabajo, el estado del arte, las aportaciones de la tesis y la estructura de la tesis.

El **capítulo dos** se muestra el modelo del motor de inducción empleado para el diseño del control óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, el cual considera los transitorios electromagnéticos y la saturación del material magnéticos. El modelo calcula también las pérdidas eléctricas y pérdidas magnéticas del motor de inducción.

En el **capítulo tres** se presenta el diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción para minimizar: el tiempo de control, las pérdidas eléctricas en los devanados del rotor y del estator, las pérdidas magnéticas en el núcleo del hierro del motor, las pérdidas totales (suma de las pérdidas eléctricas y magnéticas), las pérdidas totales y el tiempo de control.

En el **capítulo cuatro** se realizaron las simulaciones para el arranque en vacío de tres motores de inducción de diferentes capacidades (3 H.P., 500 H.P., 2250 H.P.), utilizando dos diferentes valores límite de la amplitud de la corriente del estator: un valor que garantiza que no suceda la saturación del material magnético y otro valor que no la garantiza. También se eligieron las soluciones no dominadas en el sentido de Pareto, seleccionando las más equilibrada en aumentos del tiempo y de pérdidas totales, para la solución seleccionada se realizaron las graficas correspondientes.

En el **capítulo cinco** se presentan las conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros que tiene relación con esta tesis.



Por otra parte al final de la tesis se encuentran los apéndices que proporciona mayor información sobre: el control óptimo, determinación del valor límite  $i_{11}$  de la amplitud de la corriente del estator durante el control óptimo de velocidad de motores de inducción que minimiza simultáneamente las pérdidas totales y el tiempo de control, el problema de doble valor en la frontera, las tablas de los coeficientes del índice de optimización y tablas de resultados de la simulación, los programas en fortran para simulación (algoritmo híbrido de optimización paramétrica y programa para simular el arranque óptimo).

# CAPÍTULO 2

## MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

### 2.1 INTRODUCCIÓN

La gran utilización de los motores de inducción se debe a las siguientes causas: construcción simple y robusta, bajo costo y mantenimiento inferior al de cualquier otro tipo de motor eléctrico. Hoy en día se puede decir que más del 80% de los motores eléctricos utilizados en la industria son de este tipo, trabajando en general a velocidad prácticamente constante o variable según la aplicación. No obstante, y gracias al desarrollo de la electrónica de potencia (inversores y ciclo-convertidores), en los últimos años está aumentando considerablemente la utilización de este tipo de motores a velocidad variable [32].

El control y la estimación de los variadores de corriente alterna en general son mucho más complejos que las de las unidades de corriente continua, y la complejidad de este aumenta sustancialmente si se exigen altos rendimientos [33]. La velocidad del motor de inducción puede ser controlada si la tensión de la fuente tiene una frecuencia variable [34].

Los motores de inducción están formados por una parte móvil llamada rotor y una parte fija llamada estator. El estator se formado por medio de chapas magnéticas apiladas o material ferromagnético alojado bajo una carcasa de protección. El rotor está formado por chapas de material ferromagnético y montado sobre un eje, el entrehierro es el espacio existente entre el rotor y el estator y está conformado por aire. Existen tres elementos básicos que se utilizan para fabricar los motores de inducción: **el hierro**, que realiza la tarea de concentrar el flujo magnético; **el cobre**, cuya función es la de conducir y absorber el voltaje inducido, y **el aire**, como medio para almacenar energía y proveer movimiento relativo. En los motores de inducción el cambio en los enlaces de flujo son creados por un movimiento relativo entre los devanados y el campo magnético distribuido en el entrehierro, o por la variación de la reluctancia en el circuito acoplado a los devanados como resultado del movimiento del rotor [35]. A continuación en la figura 3.1 se presenta el esquema básico del motor de inducción cuyo rotor y estator son trifásicos.

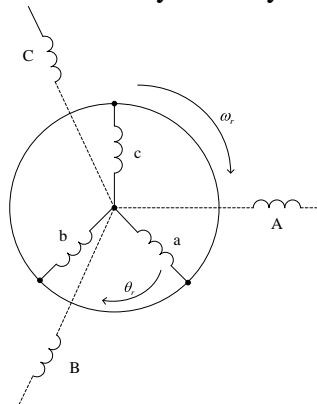


Fig. 2.1. Diagrama esquemático de las bobinas de un motor de inducción trifásico del rotor y del estator [67].



El modelo clásico del motor de inducción es similar al modelo de un transformador con el secundario en movimiento en donde el coeficiente de acoplamiento entre la fase del estator y del rotor cambia continuamente con el cambio de la posición del rotor  $\theta_r$ . El modelo de la máquina puede ser descrito por ecuaciones diferenciales con inductancias mutuas variantes en el tiempo, pero este modelo tiende a ser complejo [31].

En el análisis del motor de inducción se utilizan cambios de variables para eliminar reactancias variantes en el tiempo. La transformación para estas componentes se conoce como transformación de Park y es utilizada para las variables del motor de inducción, esto se hace para las variables asociadas con los circuitos estacionarios y este análisis modifica variables asociadas con los devanados del rotor en el motor de inducción cuando se analiza en función del tiempo [36]. La máquina puede ser representada por un modelo de dos ejes, donde los circuitos del rotor y del estator son representados por arrollamientos concentrados en cada eje, los devanados del rotor y del estator son referidos al marco de referencia  $d$  y  $q$ , en la figura 2.2 se muestra la representación de la máquina equivalente de dos fases.

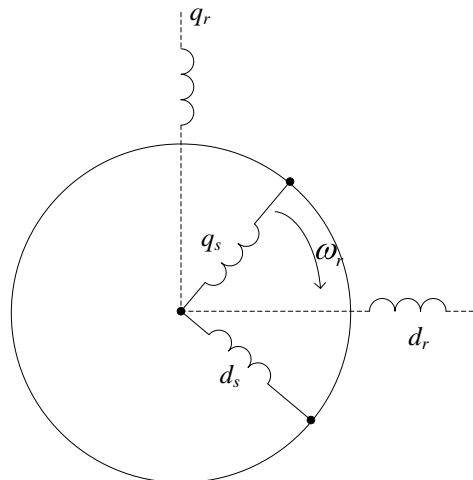


Fig. 2.2. Representación de la máquina equivalente de dos fases.

Para el estudio del motor de inducción se puede representar su comportamiento en cualquier marco de referencia. Los marcos de referencia se seleccionan en base a su conveniencia o compatibilidad con la representación de los elementos del circuito. Los marcos de referencia para las máquinas eléctricas son [37]:

- Marco de referencia arbitrario donde  $\omega_k = \omega$ .
- Marco de referencia estacionario (fijo en el estator) donde  $\omega_k = 0$ .
- Marco de referencia fijo en el rotor donde  $\omega_k = \omega_r$ .
- Marco de referencia que gira a la velocidad síncrona donde  $\omega_k = \omega_e$ .

donde:

$\omega_k$  : Frecuencia angular del sistema de coordenadas  $d$ - $q$ .

$\omega_r$  : Velocidad angular del rotor.

$\omega_e$ : Velocidad angular eléctrica del campo magnético giratorio en el entrehierro, estabilizado por la corriente del estator a la frecuencia fundamental.

$\omega$ : Velocidad angular de la corriente del estator.

El modelo expresado en las coordenadas que giran con la velocidad del rotor (transformación de Park para la máquina asíncrona), tiene las ecuaciones de equilibrio electromagnético más simples. La solución digital de estas ecuaciones (en forma de las variaciones en el tiempo de las amplitudes de las variables de interés) normalmente se puede obtener con el paso de integración más grande que en el caso de los modelos expresados en otras coordenadas, y en consecuencia, el tiempo de solución es más corto [38].

Existen varios modelos del motor de inducción expresados en diferentes marcos de referencia que pueden ser utilizados. Sin embargo, desde el punto de vista de la complejidad de los cálculos durante la solución del problema de optimización, es conveniente escoger un modelo matemático del motor simple, es decir, con un número menor de ecuaciones. Partiendo de esta observación el modelo más adecuado para buscar el control óptimo es el alimentado por una fuente de corriente (convertidor de frecuencia de corriente senoidal). Además la aceptación del modelo alimentado por el convertidor de corriente facilita el diseño del control óptimo ya que la limitación del control está dada para la amplitud de la corriente del estator [31].

Por razones mencionadas anteriormente y tomando en consideración que la solución del problema de optimización requiere la repetición de muchas veces en la solución de las ecuaciones del equilibrio electromagnético y mecánico del modelo matemático del motor, se escoge el modelo del motor de inducción alimentado por corriente expresado en las coordenadas  $d$ - $q$  que giran con la velocidad angular del rotor.

Las ecuaciones que describen la alimentación por corriente (convertidor de frecuencia senoidal), expresadas en las coordenadas  $d$ - $q$  acopladas al rotor ( $\omega_k = \omega_r$ ) son [31]:

$$\left. \begin{aligned} i_{1d} &= i_1 \cos \xi(t) \\ i_{1q} &= i_1 \sin \xi(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

donde:

$i_{1d}$  y  $i_{1q}$ : son las componentes en los ejes  $d$ - $q$  de la corriente del estator [A].

$\xi(t)$ : es el ángulo entre el vector de corriente del estator y eje “ $d$ ” de las coordenadas  $d$ - $q$  que giran con velocidad rotor.

$i_1$ : es la amplitud de corriente del estator [A].

Se busca la descripción matemática del control óptimo en lazo abierto que tiene la forma [10]:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \xi(t) \\ i_1 &= i_1(t) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

La descripción del control para el motor real se debe expresar en coordenadas inmóviles (acopladas al estator), se debe saber cómo variar en el tiempo la amplitud y la frecuencia de la corriente o voltaje de alimentación. Conociendo el ángulo  $\xi(t)$  entre el vector de corriente del estator y eje  $d$  de las coordenadas  $d-q$  que giran a la velocidad del rotor, se puede determinar el deslizamiento absoluto  $\beta'(t)$  y el deslizamiento relativo (por unidad)  $\beta(t)$  [31]:

$$\beta'(t) = \frac{d\xi(t)}{dt} \quad (2.3)$$

$$\beta(t) = \frac{\beta'(t)}{\omega_n} \quad (2.4)$$

Entonces la frecuencia de la corriente o del voltaje de alimentación, se puede calcular de la formula siguiente:

$$\omega(t) = \omega_r(t) + \frac{d\xi(t)}{dt} \quad (2.5)$$

## 2.2 MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN ALIMENTADO POR UNA FUENTE DE CORRIENTE

La descripción matemática del modelo del motor de inducción adecuado para la síntesis del control óptimo se basa en las siguientes suposiciones:

1. La fuente de alimentación es simétrica (convertidor frecuencial senoidal).
2. Las resistencias y las inductancias son constantes.
3. Motor de inducción tipo jaula de ardilla es simétrico con los devanados del rotor conectados en estrella sin conductor de neutro.
4. El modelo matemático del motor de inducción considera: los transitorios electromagnéticos, la saturación del material magnético.

El modelo se expresa en coordenadas  $d-q$ , que giran con la velocidad angular del rotor, las ecuaciones que lo describen son [37, 39, 40, 41]:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi'_{2d}}{dt} &= \frac{R'_2 X_o}{X_o + X'_2} i_1 \cos \xi - \frac{R'_2 \omega_n}{X_o + X'_2} \psi'_{2d} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_o + X'_2} f(\psi'_{od}) \\ \frac{d\psi'_{2q}}{dt} &= \frac{R'_2 X_o}{X_o + X'_2} i_1 \sin \xi - \frac{R'_2 \omega_n}{X_o + X'_2} \psi'_{2q} - \frac{R'_2 \omega_n}{X_o + X'_2} f(\psi'_{oq}) \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{3p^2 \omega_n X_o}{2JF(X_o + X'_2)} \left\{ \frac{Fi_1}{\omega_n} [\psi'_{2d} \sin \xi - \psi'_{2q} \cos \xi] + X'_2 [\psi'_{2d} f(\psi'_{od}) - \psi'_{2q} f(\psi'_{oq})] \right\} - \frac{P}{J} M_o \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde:

$$F = (X_1 + X_o)(X_2' + X_o) - X_o^2$$

$i_1$  : es la amplitud de la corriente del estator.

$J$  : es el momento de inercia del rotor.

$M_o$  : es el par de la carga.

$p$  : es el número de pares de polos.

$R_1, R_2'$  : son las resistencias de los devanados de una fase del estator y del rotor referido al circuito del estator, respectivamente.

$X_1, X_2'$  : son las reactancias a la frecuencia nominal de la corriente del estator de dispersión de los devanados del estator y del rotor referido al circuito del estator, respectivamente.

$X_o$  : es la reactancia de magnetización del motor de doble fase equivalente a la frecuencia nominal de la corriente del estator.

$\xi$  : es el ángulo entre el vector de corriente del estator y eje “ $d$ ” de las coordenadas  $d-q$  que giran con velocidad rotor.

$\psi_{2d}', \psi_{2q}'$  : son las componentes del vector del flujo magnético concatenado con los devanados del rotor referido al circuito del estator.

$\psi_{od}, \psi_{oq}$  : son las componentes del vector de flujo de magnetización.

$\omega_n$  : es la frecuencia angular nominal de corriente del estator.

$\omega_r$  : es la velocidad angular de la flecha del motor con un par de polos.

Tomando en cuenta que pueda suceder la saturación del material magnético del motor, se definen las componentes y la amplitud del flujo de magnetización de la siguiente manera [37]:

$$\left. \begin{aligned} f(\psi_{od}) &= \begin{cases} 0 & \text{para } \psi_o = 0 \\ \frac{\psi_{od}}{\psi_o} f(\psi_o) & \text{para } \psi_o \neq 0 \end{cases} \\ f(\psi_{oq}) &= \begin{cases} 0 & \text{para } \psi_o = 0 \\ \frac{\psi_{oq}}{\psi_o} f(\psi_o) & \text{para } \psi_o \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

$$\psi_o = \sqrt{\psi_{od}^2 + \psi_{oq}^2} \quad (2.8)$$

Para realizar los cálculos es necesario conocer la función  $f(\psi_o)$ , esta función se puede definir conociendo la curva de magnetización del material magnético del motor de inducción investigado. En nuestro caso consideraremos una aproximación de dicha curva

por una línea quebrada mostrada en la figura 2.3. Entonces la función  $f(\psi_o)$  tiene la forma presentada en la figura 2.4 y se describe por la formula siguiente[8]:

$$f(\psi_o) = \begin{cases} 0 & \text{para } i_o \leq i_{o\max} \\ \frac{X_o}{\omega_n} (i_o - i_{o\max}) & \text{para } i_o > i_{o\max} \end{cases} \quad (2.9)$$

donde:

$i_o$ : es la amplitud de la corriente de magnetización.

$i_{o\max}$ : es el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización cuando el material magnético del motor no entra todavía en saturación.

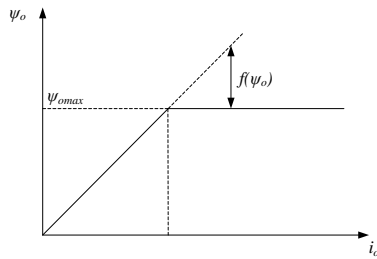


Fig. 2.3. Determinación de la aproximación lineal.

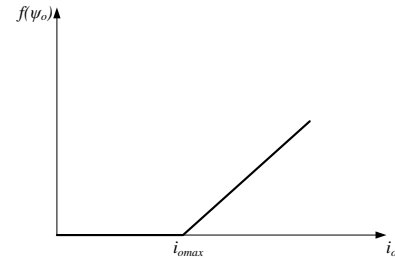


Fig. 2.4. Aproximación de la función  $f(\psi_o)$ .

El cálculo del valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización se puede determinar en forma aproximada de la siguiente manera [11]:

$$i_{o\max} = \frac{u_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_o + X_1)^2}} \quad (2.10)$$

donde:

$u_m$ : es el valor nominal de la amplitud del voltaje de fase del estator [V].

Para saber si el material magnético del motor entra o no en saturación, se debe calcular el valor instantáneo de la amplitud de la corriente de magnetización [9]:

$$i_o = \sqrt{(i_{1d} + i_{2d}')^2 + (i_{1q} + i_{2q}')^2} \quad (2.11)$$

donde:

$i_{2d}'$ ,  $i_{2q}'$ : son las componentes en los ejes  $d-q$  de la corriente del rotor [A].

$i_{1d}$ ,  $i_{1q}$ : son las componentes en los ejes  $d-q$  de la corriente del estator [A].

Las componentes del vector de corriente del rotor referido al circuito del estator están expresados por [9, 31]:

$$\left. \begin{aligned} i'_{2d} &= \frac{1}{X_o + X_2} \left[ \omega_n \psi'_{2d} - X_o i_1 \cos \xi + \omega_n f(\psi_{od}) \right] \\ i'_{2q} &= \frac{1}{X_o + X_2} \left[ \omega_n \psi'_{2q} - X_o i_1 \sin \xi + \omega_n f(\psi_{oq}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

### 2.3 PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICAS

El motor de inducción es una máquina eléctrica que convierte la energía eléctrica suministrada en energía mecánica aplicada al eje del rotor. En este proceso de conversión se presentan diferentes tipos de pérdidas [42], los cuales son provocados por diferentes fenómenos físicos que ocurren dentro de la máquina. En general las pérdidas de las máquinas las podemos dividir en [43]:

- Pérdidas eléctricas en los devanados del estator y del rotor (también llamadas pérdidas en el cobre), que dependen de la corriente del rotor y del estator.
- Pérdidas magnéticas son originadas por el efecto de histéresis y la corriente eddy, las cuales dependen de la frecuencia y eventualmente de la amplitud de la corriente del estator (también llamadas pérdidas en el hierro o en el núcleo).
- Pérdidas mecánicas son provocadas por el rozamiento aerodinámico en todas las piezas de la máquina, las cuales dependen de la velocidad del motor [44].

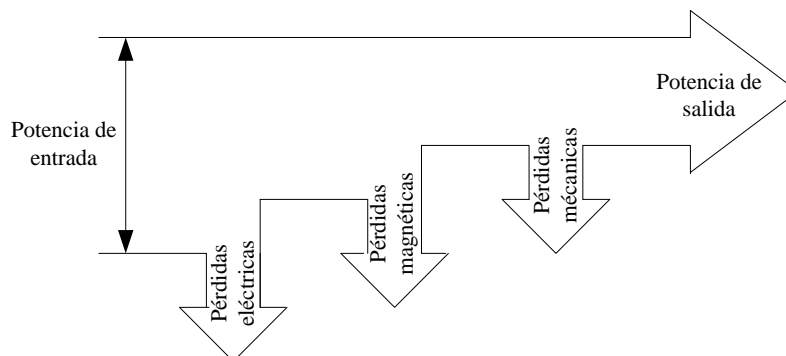


Fig. 2.5. Diagrama de pérdidas de las máquinas eléctricas [44].

La consideración de las pérdidas en las máquinas eléctricas es importante por dos razones [45]:

1. Las pérdidas determinan la eficiencia de la máquina e influyen en forma apreciable en su costo de operación.
2. Las pérdidas provocan el calentamiento de la máquina y por consiguiente, se puede tener un deterioro en el aislamiento.

En este trabajo solo nos interesan las pérdidas eléctricas y magnéticas para diseñar el control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control.

### 2.3.1 Pérdidas eléctricas

Las pérdidas de energía eléctrica en las resistencias de los devanados del rotor y del estator del motor están provocadas por el efecto Joule ( $i^2R$ ) y representan la energía eléctrica convertida en el calor en las resistencias de los devanados del estator y del rotor. Durante un tiempo de observación  $t_r$  (que puede ser, por ejemplo el tiempo de arranque del motor o el tiempo de cambio de la velocidad en el control de este etc.) dichas pérdidas en el motor trifásico se expresan por la siguiente fórmula [13]:

$$Q_e = \frac{3}{2} \int_0^{t_r} [R_1 i_1^2(t) + R_2' i_2'^2(t)] dt \quad (2.13)$$

donde:

$Q_e$  : son las pérdidas de energía eléctrica en las resistencias de los devanados del estator y del rotor del motor trifásico.

$t_r$  : es el tiempo de observación (por ejemplo de arranque, de control etc.).

Como se puede observar de la fórmula (2.13), las pérdidas eléctricas dependen de los valores instantáneos de las corrientes del estator  $i_1(t)$  y del rotor  $i_2'(t)$  y de los valores de las resistencias de los devanados del estator  $R_1$  y del rotor  $R_2'$ .

En general las resistencias de los devanados del estator y del rotor en las condiciones de operación del motor no son constantes y varían con la temperatura, efecto superficial (efecto piel) de la corriente alterna (sobre todo cuando en la corriente aparecen las armónicas de orden mayor cuando la alimentación del motor es no senoidal), distribución no uniforme de la corriente entre los conductores etc. [63].

Cuando la alimentación del motor es senoidal, se puede aceptar que las resistencias de los devanados del estator y del rotor son prácticamente constantes durante el control de velocidad del motor. De lo antes dicho se puede concluir que solamente para los motores de inducción de jaula de ardilla que tienen el rotor de barras cercanas a la superficie como son, por ejemplo, los motores de diseño NEMA (National Electrical Manufacturers Association) clase A y D, se puede considerar con el error relativamente pequeño que las resistencias de los devanados del estator y del rotor durante la operación del motor son prácticamente constantes [63]. En estos casos para calcular las pérdidas eléctricas durante el control de velocidad del motor, se puede utilizar la fórmula (2.13).

### 2.3.2 Pérdidas magnéticas

Los motores de inducción operan debido a que se genera en el devanado primario (de estator) un campo magnético rotatorio que hace girar al devanado secundario (de rotor). Para que el motor sea eficiente y de tamaño razonable, el campo magnético debe establecerse, concentrarse y dirigirse por medio de una estructura de material magnético de alta calidad, tanto en el estator como en el rotor (el núcleo magnético del motor), con un espacio de aire o entrehierro mínimo entre el estator y el rotor. Cuando los dominios magnéticos del material magnético son magnetizados primero en una dirección y luego en dirección opuesta por la corriente alterna aplicada, ocurre una pérdida de energía dentro del núcleo magnético, lo cual se manifiesta en forma de calor y se denomina pérdida por histéresis. Esta pérdida aumenta con el aumento de la densidad de flujo magnético (con la mayor corriente) o con la frecuencia de esta corriente [9].

El campo magnético alterno induce también pequeñas tensiones en el núcleo magnético de motor lo cual genera corrientes que circulan al azar por este núcleo. Estas corrientes se denominan corrientes parásitas (llamadas también: corrientes giratorias, corrientes eddy) y al actuar sobre la resistencia eléctrica del material magnético producen las pérdidas de energía eléctrica que se manifiestan en forma de calor.

Las pérdidas de potencia en el núcleo magnético del motor se dividen entonces entre las pérdidas  $P_g$  provocadas por las corrientes giratorias y las pérdidas  $P_h$  provocadas por la histéresis [12]:

$$P_m = P_g + P_h \quad (2.14)$$

donde:

$P_m$  : son las pérdidas de potencia en el material magnético.

$P_g$  : son las pérdidas provocadas por las corrientes giratorias.

$P_h$  : son las pérdidas provocadas por la histéresis.

Las pérdidas provocadas por las corrientes giratorias se dividen entre las clásicas  $P_{gcl}$  (relacionadas con el grosor y resistividad de la lámina de la cual está construido el núcleo magnético del motor) y las pérdidas causadas por las anomalías de las corrientes giratorias  $P_{gan}$  (relacionadas con la estructura cristalina de la lámina) [12]:

$$P_g = P_{gcl} + P_{gan} \quad (2.15)$$

donde:

$P_{gcl}$  : son las pérdidas clásicas.

$P_{gan}$  : son las pérdidas de anomalías.

Hasta la fecha no existen las fórmulas teóricas que permiten calcular las pérdidas



magnéticas en la manera exacta, sobre todo cuando la alimentación no es senoidal. Algunos autores proponen calcular dichas pérdidas utilizando las fórmulas empíricas que aprovechan el coeficiente de forma de la onda de alimentación [10, 47]. Otros autores proponen las fórmulas también empíricas pero basadas en el análisis espectral de la onda de alimentación [48, 49].

En general, cuando la alimentación es senoidal, las pérdidas clásicas se pueden expresar como sigue [50]:

$$P_{gcl} = \frac{l}{24\rho_m} \gamma_c \omega^2 B_{i,m}^2 d^2 \quad (2.16)$$

donde:

$d$ : es el grosor de la lámina de la cual está construido el núcleo magnético del motor medida en [m].

$B_{i,m}$ : es la densidad de flujo magnético máxima medida en [T] (ver la Fig. 2.6).

$\gamma_c$ : es la conductividad específica de la lámina medida en [S/m].

$\rho_m$ : es la densidad específica de la lámina medida en [kg/m<sup>3</sup>].

$\omega = 2\pi f$ : es la frecuencia angular de la corriente senoidal medida en [rd/s] ( $f$  es la frecuencia de esta corriente medida en [Hz]).

Según Nippon Steel Corporation [47] las pérdidas causadas por las anomalías de las corrientes giratorias se describen como sigue:

$$P_{gan} = 1.628 \frac{l}{d} P_{gcl} = \frac{1.628}{24} \frac{l}{d\rho_m} \gamma_c \omega^2 B_{i,m}^2 d^2 \quad (2.17)$$

donde:

$l$ : es la distancia entre las paredes de los dominios magnéticos que forman las bandas paralelas del grosor  $d$ .

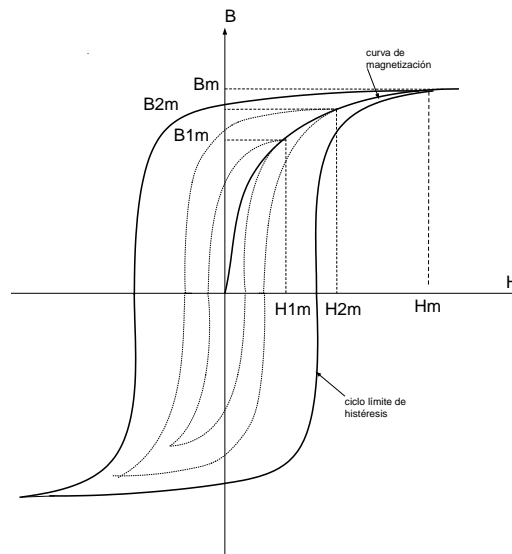


Fig. 2.6. Ciclos de histéresis para diferentes valores de intensidad del campo magnético (B –densidad de flujo magnético medida en [T], H - intensidad del campo magnético medida en [A/m]).

Las pérdidas provocadas por la histéresis son iguales a la superficie del ciclo de histéresis  $W_h = \oint HdB$  multiplicada por la frecuencia de imantación  $f$ . Actualmente no existe [50] el método exacto de calcular teóricamente el ciclo de histéresis. Por esto las pérdidas provocadas por la histéresis se calculan de las fórmulas empíricas. Una de ellas la más conocida, es la fórmula que expresa la potencia de las pérdidas provocadas por histéresis (medida en [W/kg]) en función de la frecuencia  $f$ , en la manera siguiente[47]:

$$P_h = \eta f B_{i,m}^x \quad (2.18)$$

donde:

$\eta$ : es un coeficiente empírico del valor dependiente de la composición química y del procesamiento térmico aplicado al hierro.

$x$ : es la constante determinada empíricamente del valor dependiente del tipo de hierro ( $x = 1.5 - 3.0$ ) (para la lámina de transformadores, anisótropa de laminado en frío par  $B_{i,m} \leq 1.45[T]$ ,  $x = 2$  [47]).

Para los rangos de cambios de la inducción magnética y para las láminas electrotécnicas aplicadas en las máquinas eléctricas y en los transformadores, se utiliza muy frecuentemente, para calcular las pérdidas provocadas por histéresis, la fórmula aproximada de Richter [47]:

$$P_h = \varepsilon \frac{f}{100} B_{i,m}^2 \quad (2.19)$$

donde:

$\varepsilon$ : es un coeficiente constante del valor dependiente del tipo de la lámina (para la lámina de transformadores que contiene 4% de silicio  $\varepsilon = 1.2 - 2.0 [m^4 / H kg]$ ).

Si se acepta la potencia 2 de  $B_{i,m}$  en la fórmula (2.18), lo que se hizo en la fórmula aproximada de Richter (2.19), esto permite, para los cálculos aproximados, tratar las pérdidas provocadas por la histéresis y las provocadas por las corrientes giratorias, en la forma igual. Basándose en las fórmulas (2.14)-(2.17) y (2.19) se puede escribir:

$$P_m = B_{i,m}^2 \omega [A_z \omega + B_z] \quad (2.20)$$

donde:

$$A_z = \frac{\gamma_c d (d + 1.628l)}{24 \rho_m}$$

$$B_z = \frac{\varepsilon}{200 \pi}$$

La fórmula (2.20) expresa las pérdidas de potencia (las pérdidas instantáneas) por unidad de masa [medidas en W/kg] para la frecuencia angular  $\omega$ . Como se nota de la fórmula (2.20), para un material magnético dado las pérdidas magnéticas dependen exclusivamente del valor de la densidad máxima  $B_m$  de flujo magnético y de la frecuencia de la corriente que provoca dichas pérdidas. Si dichas magnitudes no son constantes pero varían en el tiempo ( $B_{i,m} = B_{i,m}(t)$ ,  $\omega = \omega(t)$ ), las pérdidas magnéticas por unidad de masa  $P$  obtenidas durante el tiempo  $t_r$ , medidas en [J/kg], son:

$$P = \int_0^{t_r} B_{i,m}(t)^2 \omega(t) (A_z \omega(t) + B_z) dt \quad (2.21)$$

El valor máximo de la densidad del flujo magnético se puede determinar sobre la base de la curva de magnetización del material magnético, como se presenta en la Fig. 2.6. La curva de magnetización determina la dependencia entre el valor máximo  $B_{i,m}$  de densidad del flujo magnético y el valor máximo (amplitud en el caso de la onda senoidal) de la intensidad del campo magnético  $H_{i,m}$ .

Para diferentes valores máximos  $H_{i,m}$  de la intensidad del campo magnético se obtienen diferentes ciclos de histéresis con sus valores máximos correspondientes  $B_{i,m}$  de la densidad del flujo magnético (Fig. 2.6). Sin embargo, sobrepasando un valor determinado  $H_m$  de la intensidad del campo magnético, característico para el material magnético dado, se llega al ciclo límite de histéresis y el valor máximo correspondiente  $B_m$  de la densidad del flujo magnético prácticamente ya no se aumenta con el crecimiento de la intensidad del campo magnético (sucede la saturación).

Por lo tanto, para simplificar los cálculos, se puede aceptar la aproximación de la curva de magnetización real por una curva quebrada, compuesta por dos segmentos de la línea recta, como se presenta en la Fig. 2.7.

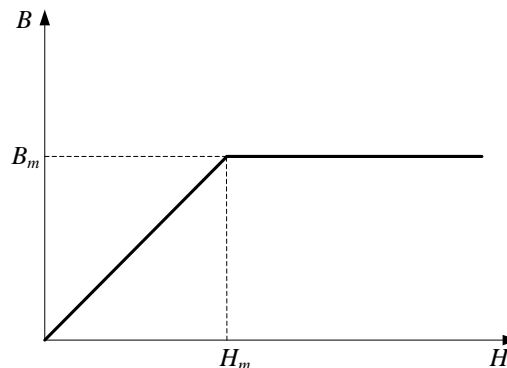


Fig. 2.7. Aproximación de la curva de magnetización por la curva quebrada.

Si se supone que el flujo magnético es uniforme, entonces la densidad del flujo magnético es proporcional al flujo magnético y la intensidad de campo magnético es proporcional a la fuerza magnetomotriz o la corriente. Entonces la curva  $B-H$  tiene la misma forma que la curva  $\psi - i$  [37, 51], como se presenta en la Fig. 2.8.

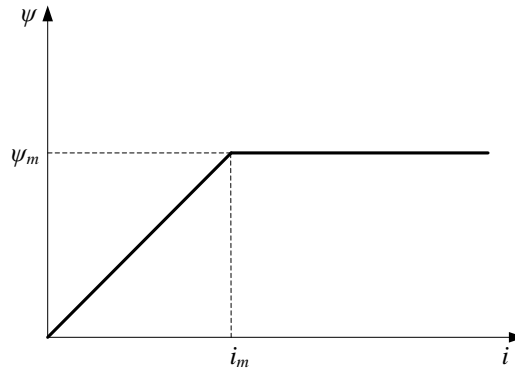


Fig. 2.8. Presentación de la aproximación de la curva de magnetización en las coordenadas  $\psi - i$ .

En la Fig. 2.8:

$\psi$ : es el flujo magnético que pasa por el material magnético.

$i$ : es la amplitud de la corriente  $i(t)$  que provoca este flujo magnético.

$i(t)$ : es la corriente que provoca el flujo magnético.

$\psi_m$ : es el valor máximo del flujo magnético (valor de saturación).

$i_m$ : es el valor máximo admisible de la amplitud de la corriente para que el material magnético no entre en la saturación.

Bajo estas suposiciones la dependencia entre el flujo magnético y la corriente se puede describir como sigue:

$$\psi(t) = \begin{cases} Li = \frac{X}{\omega_n} i & \text{para } i \leq i_m \\ \psi_m & \text{para } i > i_m \end{cases} \quad (2.22)$$

donde:

$L$ : es la inductancia del devanado por el cual pasa la corriente senoidal  $i(t)$ .

$X$ : es la reactancia de este devanado calculada para la frecuencia nominal de la corriente  $i(t)$ .

$\omega_n$ : es la frecuencia angular nominal de la corriente  $i(t)$ .

Frecuentemente se considera que el núcleo magnético del motor de inducción entra en saturación cuando el flujo de magnetización llega al valor  $\psi_{om}$  obtenido para la alimentación nominal del motor y con la velocidad síncrona ideal (cuando en el circuito del rotor la corriente es nula). Entonces la amplitud límite de la corriente de magnetización tiene aproximadamente el valor siguiente [39, 50]:

$$i_{o\max} \cong \frac{u_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_o + X_1)^2}} \quad (2.23)$$

donde:

$i_{o\max}$ : es el valor máximo de la amplitud de la corriente de magnetización, para el cual el material magnético del motor todavía no entra en la saturación.

$R_1$ : es la resistencia del devanado del estator.

$X_1$ : es la reactancia de dispersión de una fase del devanado de estator del motor de doble fase equivalente calculada para la frecuencia nominal de la corriente de estator.

$X_o$ : es la reactancia de magnetización del motor de doble fase equivalente calculada para la frecuencia nominal de la corriente del estator.

La dependencia general entre la densidad del flujo magnético y el flujo magnético es descrita por la siguiente fórmula:

$$\psi = BS \quad (2.24)$$

donde

$S$ : es la superficie (medida en  $[m^2]$ ) por la cual pasan las líneas de densidad de flujo magnético, entonces para el flujo de magnetización  $\psi_o$ , se puede calcular:

$$B_{om} = \frac{\psi_{om}}{S}, \quad \psi_{om} = \frac{X_o}{\omega_n} i_{o\max}, \quad B_{om} = \frac{X_o}{\omega_n S} i_{o\max}, \quad S = \frac{X_o}{\omega_n B_{om}} i_{o\max} \quad (2.25)$$

donde:

$\psi_{om}$ : es el valor de saturación del flujo de magnetización,  $B_{om}$  es el valor de saturación de la densidad de flujo de magnetización

Para el valor de la amplitud de corriente de magnetización  $i_o < i_{o\max}$  se cumple, según la fórmula (2.22):

$$\psi_o = \frac{X_o}{\omega_n} i_o, \quad \psi_o = B_o S, \quad B_o = \frac{X_o}{\omega_n S} i_o \quad (2.26)$$

donde:

$\psi_o$ : es la amplitud del flujo de magnetización.

Entonces la dependencia de la densidad de flujo de magnetización de la amplitud de corriente de magnetización, se describe como sigue:

$$B_o = \begin{cases} B_{om} \frac{i_o}{i_{o\max}} & \text{para } i_o \leq i_{o\max} \\ B_{om} & \text{para } i_o > i_{o\max} \end{cases} \quad (2.27)$$

donde:

$i_o$  : es la amplitud de la corriente de magnetización que varía en el tiempo durante el cambio de velocidad del motor.

Las pérdidas de energía eléctrica en el núcleo magnético del motor de inducción están provocadas por las variaciones de los flujos magnéticos que existen en él. Basándose en el modelo matemático del motor de inducción de doble fase equivalente, se pueden distinguir en general tres flujos magnéticos: el flujo de magnetización  $\psi_o$  provocado por la corriente de magnetización  $i_o(t)$  que pasa por la reactancia de magnetización  $X_o$ , el flujo de dispersión del estator  $\psi_1$  concatenado con el devanado del estator de la reactancia de dispersión  $X_1$  por el cual pasa la corriente de estator  $i_1(t)$  y el flujo de dispersión del rotor  $\psi_2'$  referido al circuito de estator concatenado con el devanado de rotor de la reactancia  $X_2'$  referida al circuito de estator, por el cual pasa la corriente  $i_2'(t)$  referida al circuito de estator.

Las pérdidas en el núcleo magnético de motor de inducción, provocadas por las corrientes giratorias y por histéresis, se pueden calcular por separado para el estator y el rotor [51].

Puesto que la frecuencia de las corrientes giratorias y de imantación en el estator es igual a la frecuencia de la corriente de alimentación (suponiendo que dicha corriente es senoidal), entonces, si denominamos la masa del estator por  $M_s$ , la fórmula que describe las pérdidas de potencia en el estator  $P_{ms}$  es la siguiente:

$$P_{ms} = M_s B_o^2 \omega [A_z \omega + B_z] \quad (2.28)$$

donde:

$M_s$  : es la masa del material magnético del estator del motor medida en [kg].

$P_{ms}$  : son las pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo del estator del motor medidas en [W].

$\omega$  : es la frecuencia de la corriente o voltaje de alimentación.

Si se supone que el núcleo magnético del rotor del motor está construido del mismo material magnético que el de estator (de la misma lámina), se toma en consideración que la frecuencia angular de las corrientes giratorias y de imantación en el rotor es:

$$\omega' = \omega - \omega_r \quad (2.29)$$

donde:

$\omega'$  : es la frecuencia angular de las corrientes giratorias y de imantación en el rotor

$\omega_r$  : es la velocidad angular del rotor del motor con un par de polos

$\omega$  : es la frecuencia angular de la corriente del estator

y se denota la masa del material magnético de rotor por  $M_r$ , la fórmula que describe las pérdidas magnéticas de potencia en el rotor  $P_{mr}$ , se puede expresar (basándose en la fórmula (2.20)) en la manera siguiente:

$$P_{mr} = M_r B_o^2 (\omega - \omega_r) [A_z (\omega - \omega_r) + B_z] \quad (2.30)$$

donde:

$M_r$  : es la masa del material magnético del rotor del motor medida en [kg].

$P_{mr}$  : son las pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo del rotor del motor medidas en [W].

Las pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo magnético del estator y del rotor  $P_{mt}$ , son iguales a la suma de las pérdidas en el estator y en el rotor:

$$P_{mt} = P_{ms} + P_{mr} \quad (2.31)$$

donde:

$P_{mt}$  : son las pérdidas magnéticas totales de potencia en el núcleo magnético del estator y del rotor.

Tomando en consideración (2.28) y (2.30) de la fórmula (2.31) se obtiene:

$$P_{mt} = M_s B_o^2 [A_z \omega^2 + B_z \omega] + M_r B_o^2 [A_z (\omega - \omega_r)^2 + B_z (\omega - \omega_r)] \quad (2.32)$$

Las pérdidas de energía en el núcleo magnético del motor durante el tiempo de control  $t_r$ , se pueden describir como sigue:

$$Q_m = \int_0^{t_r} P_{mt} dt = B_o^2 \int_0^{t_r} [M_s [A_z \omega^2 + B_z \omega] + M_r [A_z (\omega - \omega_r)^2 + B_z (\omega - \omega_r)]] dt \quad (2.33)$$

donde:

$Q_m$  : son las pérdidas de energía eléctrica en el núcleo magnético del motor durante el tiempo de control  $t_r$  obtenidas con la alimentación senoidal.

Utilizando los valores de las masas de todo el motor de inducción  $M_m = M_s + M_r$  y del rotor  $M_r$ , la ecuación (2.33) se convierte en la siguiente expresión:

$$Q_m = B^2 \int_0^{t_r} \left[ A_z M_m \omega^2 + (B_z M_m - 2 M_r A_z \omega_r) \omega + M_r (A_z \omega_r - B_z) \omega_r \right] dt \quad (2.34)$$
$$B = \begin{cases} B_m \frac{i_0}{i_{0\max}} & \text{para } i_0 \leq i_{0\max} \\ B_m & \text{para } i_0 > i_{0\max} \end{cases}$$

La saturación o no del material magnético del motor (hierro) depende de cómo se cambian simultáneamente en el tiempo la amplitud y la frecuencia del voltaje que alimenta al motor durante el control en frecuencia del arranque y de velocidad de éste. Si éste control es óptimo desde el punto de vista de un índice de optimización como, por ejemplo, minimización del tiempo de control, minimización de las pérdidas de energía eléctrica etc., la saturación o no del hierro depende de las limitaciones que se ponen para las corrientes del estator y, eventualmente, de magnetización, durante el control.

El diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, emplea las formulas (2.13) y (2.34) para determinar las pérdidas eléctricas y magnéticas durante un tiempo de control o tiempo de arranque.



---

# CAPÍTULO 3

## DISEÑO DEL CONTROL ÓPTIMO DE LA VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y TIEMPO DE CONTROL

### 3.1 INTRODUCCIÓN

La teoría de control óptimo (optimización) permite resolver problemas dinámicos de naturaleza muy variada, donde la evolución de un sistema que depende del tiempo puede ser controlada en parte por las decisiones de un agente (índice). El objetivo del control óptimo es determinar las señales de control (variables) del sistema a investigar, a satisfacer las limitaciones físicas y a la vez minimizar (o maximizar) un criterio establecido (índice de optimización).

Para formular el problema matemático del control óptimo (optimización) se requiere:

- La descripción matemática (modelo matemático) del sistema a controlar.
- Limitaciones de las variables de control.
- Especificación de un criterio (índice de optimización).

No existe un método único para resolver todos los problemas de optimización de manera eficiente. Por lo tanto una serie de métodos de optimización se han desarrollado para resolver diferentes tipos de problemas de optimización. La búsqueda de métodos óptimos también se conoce como las técnicas de programación matemática que consisten en la optimización del sistema, el cual es el proceso de seleccionar a partir de un conjunto de alternativas posibles, aquella que mejor satisfaga los objetivos propuestos.

El diseño del control óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control utiliza el modelo del motor de inducción de doble fase descrito en el capítulo 2 (que considera los transitorios electromagnéticos y la saturación del material magnético que ocurren el motor real) que es alimentado por un convertidor de frecuencia de corriente [51, 52, 53], el método de optimización empleado es el principio de máximo de Pontryagin [14, 55]. Se desea variar las señales de control (la amplitud de la corriente del estator  $i_1(t)$  y el ángulo  $\xi(t)$  (entre el vector de corriente del estator y eje “d” de las coordenadas  $d-q$  que giran a la velocidad del rotor)) en el tiempo, para minimizar las pérdidas de energía eléctrica (en los devanados del estator y del rotor – pérdidas eléctricas y en el núcleo magnético del motor – pérdidas magnéticas) y el tiempo de control durante el control de la velocidad de los motores de inducción y limitar el valor de la amplitud de corriente del estator a un valor deseado  $i_1^0$  [14]:

$$i_1 \leq i_1^0 \quad (3.1)$$

El control óptimo en lazo abierto que minimiza las pérdidas de energía eléctrica (pérdidas eléctricas y pérdidas magnéticas) y el tiempo de control, se puede representar por un diagrama a bloques mostrado en la figura 3.1.

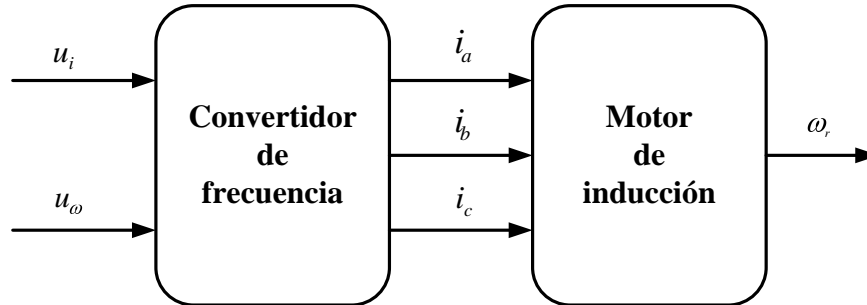


Fig. 3.1. Sistema abierto de control.

donde:

$u_i$ : es el voltaje continuo que controla la amplitud de corriente generado por el convertidor de frecuencia de corriente.

$u_\omega$ : es el voltaje continuo que controla la frecuencia angular de la corriente generado por el convertidor de frecuencia de corriente.

$i_a, i_b, i_c$ : son las corrientes de las fases a, b, c generadas por el convertidor de frecuencia de corriente, las amplitudes de las corrientes son proporcionales al voltaje continuo  $u_i$ , mientras que la frecuencia de dichas corrientes es proporcional al voltaje continuo  $u_\omega$ .

$\omega_r$ : es la velocidad angular de la flecha.

### 3.2 ÍNDICES DE OPTIMIZACIÓN VECTORIAL

Cuando se minimiza simultáneamente las pérdidas eléctricas, las pérdidas magnéticas y el tiempo de control durante el control en frecuencia de la velocidad de los motores de inducción, el problema que se tiene que resolver pertenece a la optimización vectorial (también llamada optimización multiobjetivo), debido a que se tienen tres diferentes índices de optimización escalares, los cuales se pueden tratar como componentes de un vector del índice de optimización. Para este caso en particular el índice vectorial es [52, 55, 68, 69, 70, 72]:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_e \\ Q_m \\ Q_t \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Como se menciona anteriormente el índice de optimización vectorial empleado considera las pérdidas eléctricas, pérdidas magnéticas del motor de inducción y el tiempo de control del motor.

Las pérdidas eléctricas en los devanados del estator y del rotor (pérdidas en el cobre) que se originan en un tiempo de control  $t_r$ , se expresan por la siguiente ecuación [13]:

$$Q_e = \frac{3}{2} \int_0^{t_r} [R_1 i_1^2(t) + R_2' i_2'^2(t)] dt \quad (3.3)$$

La ecuación de las pérdidas magnéticas en el núcleo del material magnético (pérdidas en el hierro) para un tiempo de control  $t_r$  es [50]:

$$Q_m = B^2 \int_0^{t_r} [A_z M_m \omega(t)^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r(t)) \omega(t) + M_r (A_z \omega_r(t) - B_z) \omega_r(t)] dt \quad (3.4)$$

$$B = \begin{cases} B_{om} \frac{i_0}{i_{0max}} & \text{para } i_0 \leq i_{0max} \\ B_{om} & \text{para } i_0 > i_{0max} \end{cases}$$

La expresión para determinar el tiempo de control del motor de inducción es [54]:

$$Q_t = \int_0^{t_r} dt = t_r \quad (3.5)$$

Hay varios métodos de formulación del problema de optimización para satisfacer simultáneamente muchos criterios escalares de optimización [55]. El método empleado consiste en la transformación del índice vectorial en la forma de la combinación lineal de sus componentes multiplicados por coeficientes de peso dando como resultado la siguiente descripción del índice:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \lambda_1 Q_m + \lambda_2 Q_e + \lambda_3 Q_t \\ \lambda_1 &\geq 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0 \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Puesto que, como se nota en las formulas (3.6), cada uno de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  pueden tomar valores de rango entre 0 y 1, entonces existen muchas combinaciones de los valores de dichos coeficientes, la suma de los cuales es igual 1. En el trabajo se utilizaron las combinaciones de los valores de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  presentados en el apéndice E, que abarcan los rangos admisibles de sus cambios entre 0 y 1 y cumple con la condición  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$

La solución del problema de optimización multiobjetivo nunca es unívoca, independientemente de que método se utilizó para resolverlo. Entonces se tiene que buscar algún compromiso que es la solución óptima en el sentido de Pareto [72].

La definición de la solución óptima en el sentido de Pareto [72], es la siguiente: la solución “ $x$ ” está *dominada* si existe la solución “ $y$ ” no peor que la solución “ $x$ ”, es decir, para cada uno de los criterios escalares de optimización  $Q_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ ,

$$Q_i(x) \leq Q_i(y) \text{ en el caso de maximización de } Q_i$$

6

$Q_i(x) \geq Q_i(y)$  en el caso de minimización de  $Q_i$

Si la solución no está *dominada* por ninguna otra solución, entonces la llaman *no dominada* u óptima en el sentido de Pareto.

En la mayoría de los casos de optimización multiobjetivo se obtiene más que una solución *no domina*, entonces se tienen más que una solución óptima en el sentido de Pareto. Esto quiere decir que la concepción de optimización en el sentido de Pareto no da indicaciones acerca de la selección de la solución final dentro de varias soluciones *no dominadas*. El diseñador tiene que evaluar todas las variantes posibles antes de decidir cuál de ellos es el mejor (la decisión subjetiva).

En el caso de minimización simultánea de las pérdidas eléctricas, magnéticas y del tiempo de control, se obtienen más que una solución *no dominada*, se tiene que escoger una sola solución guiándose por la relación entre las pérdidas eléctricas, magnéticas y el tiempo de control.

### 3.3 CONTROL ÓPTIMO QUE MINIMIZA LAS PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y EL TIEMPO DE CONTROL

Cuando se consideran los transitorios electromagnéticos del motor, no es posible encontrar la descripción matemática del controlador óptimo de la velocidad del motor de inducción, pero es posible encontrar la descripción general del control óptimo en lazo abierto, aunque en la forma implícita [14].

Puesto que para el diseño del control óptimo se utilizaron también las combinaciones de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  que son:  $\lambda_1=0, \lambda_2=0, \lambda_3=1$ ;  $\lambda_1=0, \lambda_2=1, \lambda_3=0$ ;  $\lambda_1=1, \lambda_2=0, \lambda_3=0$ ;  $0 < \lambda_1 < 1, 0 < \lambda_2 < 1, \lambda_3=0$ ; se buscará la descripción matemática de los controles en frecuencia de velocidad del motor de inducción, óptimo para minimizar:

- El tiempo de control.
- Las pérdidas eléctricas en los devanados del estator y del rotor (pérdidas en el cobre, pérdidas eléctricas).
- Las pérdidas magnéticas (pérdidas en el núcleo magnético del motor).
- Las pérdidas totales (la suma de las pérdidas eléctricas y magnéticas).
- Las pérdidas eléctricas, pérdidas magnéticas y el tiempo de control.

#### 3.3.1 Control óptimo que minimiza el tiempo de control

Aplicando el principio de máximo de Pontryagin (ver apéndice A) sobre la base del modelo del motor de inducción (2.6) y de la ecuación que describe el índice de optimización (3.5), se crea el Hamiltoniano:

$$\left. \begin{aligned}
 H = -1 + V_1 & \left[ -\frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi'_{2d} + \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \cos \xi(t) - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{od}) \right] + \\
 + V_2 & \left[ -\frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi'_{2q} + \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \sin \xi(t) - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{oq}) \right] + \\
 + V_3 & \left\{ \frac{3p^2 \omega_n X_o}{2JF(X_o + X_2')} \left[ \frac{i_1 F}{\omega_n} (\psi'_{2d} \sin \xi(t) - \psi'_{2q} \cos \xi(t)) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + X_2' (\psi'_{2q} f(\psi_{od}) - \psi'_{2d} f(\psi_{oq})) \right] - \frac{M_o p}{J} \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

donde  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$  son las variables conjugadas que satisfacen las ecuaciones conjugadas siguientes:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dV_1}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_1 - \frac{3p^2 X_o}{2J(X_o + X_2')} V_3 i_1 \sin \xi(t) + \frac{3p^2 \omega_n X_o X_2'}{2JF(X_o + X_2')} V_3 f(\psi_{oq}) \\
 \frac{dV_2}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_2 + \frac{3p^2 X_o}{2J(X_o + X_2')} V_3 i_1 \cos \xi(t) - \frac{3p^2 \omega_n X_o X_2'}{2JF(X_o + X_2')} V_3 f(\psi_{dq}) \\
 \frac{dV_3}{dt} &= \frac{p}{J} \frac{\partial M_o}{\partial \omega_r} V_3
 \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Para que el control sea óptimo, según el principio de máximo de Pontryagin (ver apéndice A) tiene que cumplirse las siguientes ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial \xi} &= 0 \\
 \frac{\partial H}{\partial i_1} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Puesto que el Hamiltoniano (3.7) depende linealmente de la amplitud de la corriente del estator  $i_1$  entonces, para que el Hamiltoniano obtenga el valor máximo,  $i_1$  debe ser máximo. Tomando en consideración (3.1) se tiene que cumplir:

$$i_{1opt} = i_1^0 \quad (3.10)$$

donde  $i_{1opt}$  es el valor óptimo de la amplitud de una fase de la corriente del estator del motor. La primera de las ecuaciones (3.9) para el Hamiltoniano (3.7) tiene la forma siguiente:

$$\sin \xi(t) \left[ -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}' \right] + \cos \xi(t) \left[ V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}' \right] = 0 \quad (3.11)$$

Tratando la ecuación (3.11) como el producto escalar de dos vectores y tomando en consideración que el valor del Hamiltoniano (3.7) es máximo para el control óptimo, se puede escribir:

$$\left. \begin{aligned} \sin \xi &= \frac{V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'}{\sqrt{\left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}' \right)^2 + \left( V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}' \right)^2}} \\ \cos \xi &= \frac{V_1 R_2' - V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'}{\sqrt{\left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}' \right)^2 + \left( V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}' \right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Las fórmulas (3.12) describen el control óptimo  $\xi(t)$  en la forma implícita (como las funciones trigonométricas seno y coseno del ángulo  $\xi(t)$ , dependientes de las variables de estado  $\psi_{2d}', \psi_{2q}'$  y de las variables conjugadas  $V_1, V_2, V_3$ ). Para encontrar la descripción del control óptimo en tiempo  $\xi(t)$  (en la forma explícita) se debe resolver el sistema de ecuaciones canónicas compuesto por las ecuaciones de estado del motor de inducción (2.6) y las ecuaciones de las variables conjugadas (3.8). La solución de dichas ecuaciones requiere el conocimiento de los valores iniciales de las variables de estado  $\psi_{2d}'(0), \psi_{2q}'(0), \omega_r(0)$  y de las variables conjugada  $V_1(0), V_2(0), V_3(0)$ . Mientras que se conocen los valores iniciales de las variables de estado que para el arranque son nulas, los valores iniciales de las variables conjugadas no se conocen. En lugar de esto se conocen los valores finales de las variables de estado (que para el arranque son iguales a los valores nominales) y los valores finales de las variables conjugadas  $V_1(0) = 0, V_2(0) = 0$  determinados con base en las condiciones de transversabilidad (ver apéndice A). El problema de la búsqueda de los valores iniciales de las variables conjugadas basándose en el conocimiento de los valores finales de las variables conjugadas y, eventualmente de las variables de estado, se llama el problema de doble valor en la frontera. Solucionando el problema de doble valor en la frontera es necesario utilizar una estrategia de cambios de las variables iniciales de las variables conjugadas (algoritmo de optimización paramétrica).

De esto se ve que para obtener la descripción del control óptimo en la forma explícita es necesario conocer los datos concretos del motor de inducción y de la carga con la cual trabaja este motor, lo que implica que la solución obtenida en esta manera no será general y servirá solamente para este motor concreto.

Conociendo los valores iniciales de las variables conjugadas, después de resolver el problema de doble valor en la frontera, se puede determinar el control óptimo en tiempo en la forma explícita (2.2) resolviendo el sistema de las ecuaciones canónicas (2.6) y (3.8) con aplicación del control implícito (3.10), (3.12) y de las fórmulas siguientes [56]:

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = \cos \xi(t) \frac{d(\sin \xi(t))}{dt} - \sin \xi(t) \frac{d(\cos \xi(t))}{dt} \quad (3.13)$$

$$\omega(t) = \omega_r(t) + \frac{d\xi(t)}{dt} \quad (3.14)$$

donde:

$\omega(t)$ : es la frecuencia de la corriente o del voltaje de alimentación.

Resolviendo el sistema de las ecuaciones canónicas se determinan, entre otros, las variaciones en el tiempo de la velocidad de la flecha del motor  $\omega_r(t)$  y se calcula el tiempo de control  $t_r$ , las pérdidas de energía eléctrica, etc.

### 3.3.2 Control óptimo que minimiza las pérdidas eléctricas

Aplicando el principio de máximo de Pontryagin (ver apéndice A) sobre la base del modelo del motor de inducción (2.6) y de la ecuación que describe el índice de optimización (3.3), se crea el Hamiltoniano:

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{3}{2}(R_1 i_1'^2 + R_2' i_2'^2) + \\
 & + V_1 \left[ -\frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi_{2d}' + \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \cos \xi - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{od}) \right] + \\
 & + V_2 \left[ -\frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi_{2q}' + \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \sin \xi - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{oq}) \right] + \\
 & + V_3 \left\{ \frac{3p^2 \omega_n X_o}{2JF(X_o + X_2')} \left[ \frac{i_1 F}{\omega_n} (\psi_{2d}' \sin \xi - \psi_{2q}' \cos \xi) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + X_2' (\psi_{2q}' f(\psi_{od}) - \psi_{2d}' f(\psi_{oq})) \right] - \frac{M_o p}{J} \right\}
 \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$  son las variables conjugadas que satisfacen las ecuaciones conjugadas siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_1 - \frac{3p^2 X_o}{2J(X_o + X_2')} V_3 i_1 \sin \xi + \frac{3p^2 \omega_n X_o X_2'}{2JF(X_o + X_2')} V_3 f(\psi_{oq}) \\ \frac{dV_2}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_2 + \frac{3p^2 X_o}{2J(X_o + X_2')} V_3 i_1 \cos \xi - \frac{3p^2 \omega_n X_o X_2'}{2JF(X_o + X_2')} V_3 f(\psi_{dq}) \\ \frac{dV_3}{dt} &= \frac{p}{J} \frac{\partial M_o}{\partial \omega_r} V_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

Según el principio de máximo de Pontryagin las variables del control óptimo (2.2) deben satisfacer las ecuaciones (3.9).

Resolviendo la segunda ecuación de las ecuaciones (3.9) se obtiene el valor óptimo de la amplitud de la corriente del estator  $i_{1opt}$  sin tomar en cuenta la limitación de dicha amplitud:

$$i_{1opt} = \frac{X_o}{3R_1(X_o + X_2')} \left[ R_2' (V_1 \cos \xi + V_2 \sin \xi) + V_3 \frac{3p^2}{2J} (\psi_{2d}' \sin \xi - \psi_{2q}' \cos \xi) \right] \quad (3.17)$$

La amplitud  $i_{1opt}$  de la corriente del estator descrita por la fórmula (3.17) garantiza que el Hamiltoniano (3.15) obtiene el valor máximo pero sin tomar en consideración la condición (3.1).

Para cumplir con la condición (3.1) y maximizar el Hamiltoniano (3.15), el valor de la amplitud de la corriente del estator debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$i_1 = \begin{cases} i_{1opt} & \text{para } i_{1opt} \leq i_1^0 \\ i_1^0 & \text{para } i_{1opt} > i_1^0 \end{cases} \quad (3.18)$$

La primera de las ecuaciones (3.9) tiene, para el Hamiltoniano (3.15), la forma siguiente:

$$\sin \xi \left( -V_1 R_2' + \frac{3p^2}{2J} V_3 \psi_{2q}' \right) + \cos \xi \left( V_2 R_2' + \frac{3p^2}{2J} V_3 \psi_{2d}' \right) = 0 \quad (3.19)$$

Tratando la ecuación (3.19) como un producto escalar de dos vectores y tomando en consideración que el valor del Hamiltoniano (3.15) es máximo para el control óptimo, se obtiene el control óptimo que minimiza las pérdidas eléctricas, descrito en la forma implícita:



$$\left. \begin{aligned} \sin \xi &= \frac{V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'}{\sqrt{\left(-V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'\right)^2 + \left(V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'\right)^2}} \\ \cos \xi &= \frac{V_1 R_2' - V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'}{\sqrt{\left(-V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'\right)^2 + \left(V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Las ecuaciones (3.17), (3.18) y (3.20) describen al control óptimo en forma implícita. Para encontrar el control óptimo en forma explícita, al igual que en el control óptimo en tiempo, primero se debe resolver el problema de doble valor en la frontera, es decir hay que encontrar los valores iniciales de las variables conjugadas, utilizando un algoritmo híbrido de optimización paramétrica (apéndice C). Conociendo dichos valores iniciales así como el tipo de la carga con la cual trabaja el motor de inducción (sabiendo cómo se cambia en función de la velocidad  $\omega_r$  del motor el par de la carga  $M_o$ ), se puede resolver el sistema de las ecuaciones canónicas (2.6) y (3.16) utilizando una computadora y, en consecuencia, determinar el control óptimo en forma explícita (2.2).

### 3.3.3 Control óptimo que minimiza las pérdidas magnéticas

Aplicando el principio de máximo de Pontryagin (verapéndice A) se crea sobre la base del modelo del motor de inducción (2.6) y la ecuación que describe el índice de optimización (3.4), el Hamiltoniano:

$$\left. \begin{aligned} H &= -B^2 \left[ A_z M_m \omega^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r) \omega + M_r (A_z \omega_r - B_z) \omega_r \right] + \\ &+ V_1 \left( -\frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi_{2d}' + \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \cos \xi - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{od}) \right) + \\ &+ V_2 \left( -\frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi_{2q}' + \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \sin \xi - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{oq}) \right) + \\ &+ V_3 \left\{ \frac{3 p^2 X_o \omega_n}{2 J F (X_o + X_2')} \left[ \frac{i_1 F}{\omega_n} (\psi_{2d}' \sin \xi - \cos \xi) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + X_2' (\psi_{2q}' f(\psi_{od}) - \psi_{2d}' f(\psi_{oq})) \right] - \frac{M_o p}{J} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

donde  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$  son las variables conjugadas que satisfacen las ecuaciones conjugadas siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_1 - \frac{3p^2 X_o}{2J(X_o + X_2')} V_3 i_1 \sin \xi + \frac{3p^2 \omega_n X_o X_2'}{2JF(X_o + X_2')} V_3 f(\psi_{oq}) \\ \frac{dV_2}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_2 + \frac{3p^2 X_o}{2J(X_o + X_2')} V_3 i_1 \cos \xi - \frac{3p^2 \omega_n X_o X_2'}{2JF(X_o + X_2')} V_3 f(\psi_{od}) \\ \frac{dV_3}{dt} &= -M_r B^2 2A_z(\omega - \omega_r) + B_z + \frac{p}{J} \frac{\partial M_o}{\partial \omega_r} V_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

Según el principio de máximo de Pontryagin las variables del control óptimo (2.2) deben satisfacer las ecuaciones (3.9). Como el Hamiltoniano depende linealmente de la amplitud de corriente del estator  $i_1$ , entonces el valor máximo admisible de amplitud se obtiene cuando:

$$i_1 = i_1^0 \quad (3.23)$$

La primera ecuación (3.9) tiene, para el Hamiltoniano (3.21), la forma siguiente:

$$\sin \xi \left( -V_1 R_2' + \frac{3p^2}{2J} V_3 \psi_{2q}' \right) + \cos \xi \left( V_2 R_2' + \frac{3p^2}{2J} V_3 \psi_{2d}' \right) = 0 \quad (3.24)$$

Tratando la ecuación como un producto escalar de dos vectores y considerando que el Hamiltoniano (3.21) es máximo para el control óptimo, se puede escribir como:

$$\left. \begin{aligned} \sin \xi &= \frac{V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'}{\sqrt{\left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}' \right)^2 + \left( V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}' \right)^2}} \\ \cos \xi &= \frac{V_1 R_2' - V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'}{\sqrt{\left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}' \right)^2 + \left( V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}' \right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.25)$$

Las ecuaciones (3.23) y (3.25) describen el control óptimo en forma implícita. Para poder encontrar el control óptimo en forma explícita primero debemos resolver el problema de doble valor en la frontera utilizando el algoritmo híbrido de optimización paramétrica (apéndice D) para encontrar los valores iniciales de las variables conjugadas. Conociendo los valores de las variables iniciales, así como el tipo de carga con la cual trabaja el motor, se puede resolver el sistema de las ecuaciones canónicas (2.6) y (3.22) para determinar el control óptimo en forma explícita (2.2). Durante la solución de las ecuaciones canónicas

hay que aplicar el control en la forma implícita (3.23) y (3.25) y las formulas (3.13) y (3.14) para determinar la frecuencia de la corriente de alimentación.

### 3.3.4 Control óptimo que minimiza las pérdidas totales (suma de las pérdidas eléctricas y magnéticas).

En este caso el problema de optimización es vectorial (multiobjetivo). Se acepta entonces el índice de optimización de la fórmula (3.6) con  $\lambda_3=0$ ,  $Q_e$  descrito por la fórmula (3.3), y  $Q_m$  descrito por la fórmula (3.4) obteniendo la forma siguiente:

$$Q = \int_0^{t_r} \left\{ \lambda_1 B^2 \left[ A_z M_m \omega(t)^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r(t)) \omega(t) + M_r (A_z \omega_r(t) - B_z) \omega_r(t) \right] + \lambda_2 \frac{3}{2} \left[ R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t) \right] \right\} dt \quad (3.26)$$

Aplicando el principio de máximo de Pontryagin sobre la base del modelo del motor de inducción (2.6) y la ecuación que describe el índice de optimización (3.26), se crea el Hamiltoniano:

$$H = -\lambda_1 B^2 \left[ A_z M_m \omega^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r) \omega + M_r (A_z \omega_r - B_z) \omega_r \right] + \left. \begin{aligned} & -\lambda_2 \frac{3}{2} \left[ i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2 \right] + V_1 \left[ \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \cos \xi - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi_{2d}' - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{od}) \right] + \\ & + V_2 \left[ \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \sin \xi - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi_{2q}' - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{oq}) \right] + \\ & + V_3 \left\{ \frac{3p^2 \omega_n X_o}{2JF(X_o + X_2')} \left[ \frac{i_1 F}{\omega_n} (\psi_{2d}' \sin \xi - \psi_{2q}' \cos \xi) + \right. \right. \\ & \left. \left. + X_2' (\psi_{2q}' f(\psi_{od}) - \psi_{2d}' f(\psi_{oq})) \right] - \frac{M_o p}{J} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

donde  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$  son las variables conjugadas que satisfacen las ecuaciones conjugadas siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_1 + \frac{3p^2 X_o V_3}{2J(X_o + X_2')} \left[ \frac{\omega_n X_2'}{F} f(\psi_{oq}) - i_1 \sin \xi \right] \\ \frac{dV_2}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_2 + \frac{3p^2 X_o V_3}{2J(X_o + X_2')} \left[ -\frac{\omega_n X_2'}{F} f(\psi_{od}) + i_1 \cos \xi \right] \\ \frac{dV_3}{dt} &= -\lambda_1 M_r B^2 \left[ 2A_z (\omega - \omega_r) + B_z \right] + \frac{p}{J} \frac{\partial M_o}{\partial \omega_r} V_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

Según el principio de máximo de Pontryagin las variables del control óptimo (2.2) deben satisfacer las ecuaciones (3.9). Resolviendo la segunda ecuación de las ecuaciones (3.9), y no tomando en consideración la limitación (3.1), se obtiene la siguiente descripción de control óptimo:

$$i_{1opt} = \frac{X_o}{3\lambda_2 R_1 (X_o + X_2')} \left[ R_2' (V_1 \cos \xi + V_2 \sin \xi) + \frac{3p^2}{2J} V_3 (\psi_{2d}' \sin \xi - \psi_{2q}' \cos \xi) \right] \quad (3.29)$$

Donde  $i_{1opt}$  es el valor óptimo de la amplitud de la corriente del estator sin considerar la limitación de dicha amplitud. Como se puede observar el control óptimo implícito  $i_{1opt}$  depende solamente del coeficiente  $\lambda_2$  y no del coeficiente  $\lambda_1$ . Sin embargo el control óptimo explícito depende también del coeficiente  $\lambda_1$  a través del control óptimo explícito  $\xi(t)$ .

Para cumplir la condición (3.1) y maximizar el Hamiltoniano (3.27), la amplitud de la corriente del estator debe satisfacer la condición (3.18).

La primera de las ecuaciones (3.9) obtiene, para el Hamiltoniano (3.27), la forma siguiente:

$$\sin \xi \left( -V_1 R_2' + \frac{3p^2}{2J} V_3 \psi_{2q}' \right) + \cos \xi \left( V_2 R_2' + \frac{3p^2}{2J} V_3 \psi_{2d}' \right) = 0 \quad (3.30)$$

Tratando la ecuación como un producto escalar de dos vectores y considerando que el Hamiltoniano (3.27) es máximo para el control óptimo, se puede escribir como:

$$\left. \begin{aligned} \sin \xi &= \frac{V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}'}{\sqrt{\left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}' \right)^2 + \left( V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}' \right)^2}} \\ \cos \xi &= \frac{V_1 R_2' - V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}'}{\sqrt{\left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2q}' \right)^2 + \left( V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi_{2d}' \right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

Las formulas (3.18) y (3.31) describen el control óptimo en forma implícita. Se puede observar que el control óptimo implícito (3.31) no depende de los coeficientes de peso  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  de las pérdidas eléctrica y magnéticas. Sin embargo el control óptimo explícito  $\xi(t)$  depende de los coeficientes  $\lambda_2$  puesto que, para obtenerlo hay que resolver las ecuaciones canónicas compuestas por las ecuaciones que describen el modelo del motor de inducción (2.6) y las ecuaciones conjugadas (3.28) que dependen del coeficiente  $\lambda_1$ . La dependencia del control óptimo explícito  $\xi(t)$  e  $i_l(t)$  de los coeficientes  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , existe también a través del mismo índice de optimización (para minimizar las pérdidas totales) si se lo acepta

como el índice de optimización paramétrica resolviendo el problema de doble valor a la frontera.

Igualmente como en los casos anteriores de optimización escalar (minimización del tiempo de control, minimización de las pérdidas en el cobre y minimización de las pérdidas en el hierro) también en este caso de optimización, para encontrar el control óptimo en la forma explícita  $\zeta(t)$  e  $i_l(t)$ , hay que resolver el problema de doble valor a la frontera utilizando, por ejemplo, el algoritmo híbrido de optimización paramétrica [56, apéndice C].

En la solución del problema de doble valor en la frontera hay que utilizar varias combinaciones de valores de coeficientes  $\lambda_1, \lambda_2$  y seleccionar la combinación que da el valor mínimo de las pérdidas totales [31].

### 3.3.5 Control óptimo que minimiza las pérdidas totales (pérdidas eléctricas y magnéticas) y el tiempo de control

En este caso el problema de optimización es el de tipo de optimización vectorial (multiobjetivo). Se acepta entonces el índice de optimización (3.6) y sustituyendo los índices individuales de las pérdidas eléctricas (3.3), pérdidas magnéticas (3.4) y el tiempo de control (3.5) se obtiene:

$$Q = \int_0^{t_r} \left\{ \lambda_1 B^2 \left[ A_z M_m \omega(t)^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r(t)) \omega(t) + M_r (A_z \omega_r(t) - B_z) \omega_r(t) \right] + \right. \\ \left. + \lambda_2 \frac{3}{2} \left[ R_1 i_1^2(t) + R_2 i_2^2(t) \right] + \lambda_3 \right\} dt \quad (3.32)$$

Aplicando el principio de máximo de Pontryagin sobre la base del modelo del motor de inducción (2.6) y la ecuación que describe el índice de optimización (3.32), se crea el Hamiltoniano:

$$H = -\lambda_1 B^2 \left[ A_z M_m \omega^2 + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_r) \omega + M_r (A_z \omega_r - B_z) \omega_r \right] + \\ - \lambda_2 \frac{3}{2} \left[ i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2 \right] - \lambda_3 + V_1 \left[ \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \cos \xi - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi_{2d}' - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{od}) \right] + \\ + V_2 \left[ \frac{R_2' X_o}{X_o + X_2'} i_1 \sin \xi - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} \psi_{2q}' - \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} f(\psi_{oq}) \right] + \\ + V_3 \left\{ \frac{3p^2 \omega_n X_o}{2JF(X_o + X_2')} \left[ \frac{i_1 F}{\omega_n} (\psi_{2d}' \sin \xi - \psi_{2q}' \cos \xi) + \right. \right. \\ \left. \left. + X_2' (\psi_{2q}' f(\psi_{od}) - \psi_{2d}' f(\psi_{oq})) \right] - \frac{M_o P}{J} \right\} \quad (3.33)$$

donde  $V_1, V_2$  y  $V_3$  son las variables conjugadas que satisfacen las ecuaciones conjugadas siguientes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_1 + \frac{3p^2 X_o V_3}{2J(X_o + X_2')} \left[ \frac{\omega_n X_2'}{F} f(\psi_{oq}) - i_1 \sin \xi \right] \\ \frac{dV_2}{dt} &= \frac{R_2' \omega_n}{X_o + X_2'} V_2 + \frac{3p^2 X_o V_3}{2J(X_o + X_2')} \left[ -\frac{\omega_n X_2'}{F} f(\psi_{od}) + i_1 \cos \xi \right] \\ \frac{dV_3}{dt} &= -\lambda_1 M_r B^2 2A_z (\omega - \omega_r) + B_z + \frac{p}{J} \frac{\partial M_o}{\partial \omega_r} V_3 \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Según el principio de máximo de Pontryagin las variables del control óptimo (2.2) deben satisfacer las ecuaciones (3.9). Resolviendo la segunda ecuación de las ecuaciones (3.9), y tomando en consideración la limitación (3.1), se obtiene la siguiente descripción de control óptimo:

$$i_{1opt} = \frac{X_o}{3\lambda_2 R_1 (X_o + X_2')} \left[ R_2' (V_1 \cos \xi + V_2 \sin \xi) + \frac{3p^2}{2J} V_3 (\psi'_{2d} \sin \xi - \psi'_{2q} \cos \xi) \right] \quad (3.35)$$

La amplitud  $i_{1opt}$  de la corriente del estator descrita por (3.35) garantiza que el Hamiltoniano (3.33) obtiene el valor máximo pero sin tomar en consideración la condición (3.1). Para poder cumplir con la limitación (3.1) y maximizar el Hamiltoniano (3.33) la amplitud de la corriente del estator debe satisfacer la ecuación (3.18).

La primera de las ecuaciones (3.9) obtiene, para el Hamiltoniano (3.33), la forma siguiente:

$$\sin \xi \left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi'_{2q} \right) + \cos \xi \left( +V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi'_{2d} \right) = 0 \quad (3.36)$$

Tratando la ecuación como un producto escalar de dos vectores y considerando que el Hamiltoniano (3.33) es máximo para el control óptimo, se puede escribir como:

$$\left. \begin{aligned} \sin \xi &= \frac{V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi'_{2d}}{\sqrt{\left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi'_{2q} \right)^2 + \left( V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi'_{2d} \right)^2}} \\ \cos \xi &= \frac{V_1 R_2' - V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi'_{2q}}{\sqrt{\left( -V_1 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi'_{2q} \right)^2 + \left( V_2 R_2' + V_3 \frac{3p^2}{2J} \psi'_{2d} \right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.37)$$



Las ecuaciones (3.18) y (3.37) describen el control óptimo en forma implícita. Para encontrar el control óptimo en forma explícita se debe resolver el problema de doble valor en la frontera utilizando un algoritmo híbrido de optimización paramétrica (apéndice D).

Debido al problema multiobjetivo tratado, se acepta como el índice de optimización la combinación lineal de los criterios singulares (pérdidas eléctricas, pérdidas magnéticas y el tiempo de control), multiplicados por los coeficientes de peso  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ . La solución del problema de doble valor en la frontera hay que repetir para cada una de las combinaciones elegidas de los coeficientes de peso mencionados (ver apéndice E). Una vez obtenido los resultados para cada una de las combinaciones empleadas se seleccionan las soluciones óptimas en el sentido de Pareto, quiere decir, las combinaciones no dominadas en las cuales los valores de cada uno de los índices singulares no son mayores que en las otras soluciones.

Observando las descripciones del control óptimo en forma implícita del ángulo  $\xi$  obtenidas, resolviendo los problemas de optimización para diferentes índices de optimización como son: el tiempo de control, las pérdidas eléctricas, las pérdidas magnéticas, las pérdidas totales, las pérdidas totales y el tiempo de control, se noto que dichas descripciones tienen la misma forma (ver las formulas (3.12), (3.20), (3.25), (3.31) y (3.37)). Sin embargo las ecuaciones conjugadas para cada uno de los problemas de optimización mencionados anteriormente, son diferentes (ver las ecuaciones (3.8), (3.16), (3.22), (3.28) y (3.34)) lo que implica que los controles óptimos  $\xi(t)$  correspondientes en la forma explícita son diferentes.

### 3.4 PROBLEMA DE DOBLE VALOR A LA FRONTERA

El problema de doble valor en la frontera que se presentan en los casos del control óptimo que minimizan: el tiempo de control, las pérdidas magnéticas, las pérdidas eléctricas, las pérdidas totales, las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control consiste en: la búsqueda de los valores iniciales de las variables conjugadas basándose en el conocimiento de los valores finales de las variables conjugadas y eventualmente de las variables de estado [ver apéndice C, 56].

Para los casos del control óptimo presentados, las fórmulas (3.12), (3.20), (3.25), (3.31) y (3.37) describen los controles óptimos  $\xi(t)$  en su forma implícita (como las funciones trigonométricas seno y coseno del ángulo  $\xi(t)$ , dependientes de las variables de estado  $\psi'_{2d}, \psi'_{2q}$  y de las variables conjugadas  $V_1, V_2, V_3$ ). Para encontrar la descripción  $\xi(t)$  en la forma explícita para cada control, se debe resolver el sistema de ecuaciones canónicas compuesto por las ecuaciones de estado del motor de inducción y las ecuaciones de las variables conjugadas. La solución de dichas ecuaciones requiere el conocimiento de los valores iniciales de las variables de estado  $\psi'_{2d}(0), \psi'_{2q}(0), \omega_r(0)$  y de las variables conjugada  $V_1(0), V_2(0), V_3(0)$ . Mientras que se conocen los valores iniciales de las variables de estado que para el arranque son nulas, los valores iniciales de las variables conjugadas no se



---

conocen. En lugar de esto se conocen los valores finales de las variables de estado (que para el arranque son iguales a los valores nominales) y los valores finales de las variables conjugadas  $V_1(0)=0$ ,  $V_2(0)=0$  determinados con base en las condiciones de transversabilidad (ver apéndice A).

La búsqueda de los valores iniciales de las variables conjugadas es un problema similar al problema de optimización paramétrica en el cual se buscan los valores óptimos de los parámetros de un sistema que garantizan minimización o maximización de un criterio de optimización llamado el índice de optimización paramétrica [56].

Para resolver el problema de doble valor a la frontera hay que utilizar un algoritmo de los cambios de los valores iniciales de las variables conjugadas aceptando un criterio de evaluación del acercamiento de los valores finales (calculados en cada paso de iteración del algoritmo utilizando los valores iniciales de las variables conjugadas) a los valores finales conocidos [56].



---

# CAPÍTULO 4

## RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

### 4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan los resultados de las simulaciones hechas para tres motores de inducción tipo jaula de ardilla de diferentes potencias: 3H.P., 500H.P. y 2250 H.P. [37], las simulaciones se realizaron para el arranque en vacío de los motores antes mencionados. En las simulaciones se utilizaron dos diferentes valores límite de la amplitud de corriente del estator: un valor que garantiza que no suceda la saturación del material magnético del motor ( $i_1^0 \leq i_{11}$ ) y otro que no la garantiza ( $i_1^0 > i_{11}$ ) (ver apéndice B) para cada uno de los motores.

Los resultados de solución del problema de doble valor en la frontera (los valores iniciales de las variables conjugadas) junto con los valores calculados de las variables de interés (el tiempo de control, pérdidas eléctricas, pérdidas magnéticas, pérdidas totales, valores máximos de las amplitudes de las corrientes de magnetización y del estator) obtenidos para distintas combinaciones de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , y  $\lambda_3$  del índice de optimización se presentan en las tablas del apéndice E. Sobre la base de dichas tablas se eligieron las soluciones no dominadas en el sentido de Pareto desde el punto de vista del tiempo de control y de las pérdidas totales de energía eléctrica entre las cuales se selecciono la solución que da más equilibrados los aumentos del tiempo de control y de las pérdidas totales calculados en relación con el tiempo y de las pérdidas obtenidas para el caso de minimización del tiempo y minimización de dichas pérdidas por separado

Para realizar las simulaciones y obtener los resultados antes mencionados se utilizaron los programas D.1, D.2 del apéndice D. El programa D.1 es un algoritmo híbrido de optimización paramétrica y el programa D.2 se utilizó para simular el arranque óptimo.

Para el diseño del control óptimo que minimiza las pérdidas eléctricas, las pérdidas magnéticas y el tiempo de control se utiliza el modelo del motor de inducción que considera los transitorios electromagnéticos y la saturación del hierro y se aplica el índice de optimización multiobjetivo que es la suma de ambos tipos de pérdidas y el tiempo de control con los coeficientes de peso correspondientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , y  $\lambda_3$  ( $\lambda_1 \geq 0$ ,  $\lambda_2 \geq 0$ , y  $\lambda_3 \geq 0$ ).

### 4.2 DIAGRAMA A BLOQUES GENERAL DEL PROGRAMA DE CONTROL ÓPTIMO DE LA VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA LAS PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y EL TIEMPO DE CONTROL

A continuación se presenta un diagrama a bloques general del control óptimo que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, el cual se utiliza para realizar las simulaciones de los motores de diferentes potencias: 3H.P., 500H.P. y 2250 H.P. [37] ver figura 4.1.

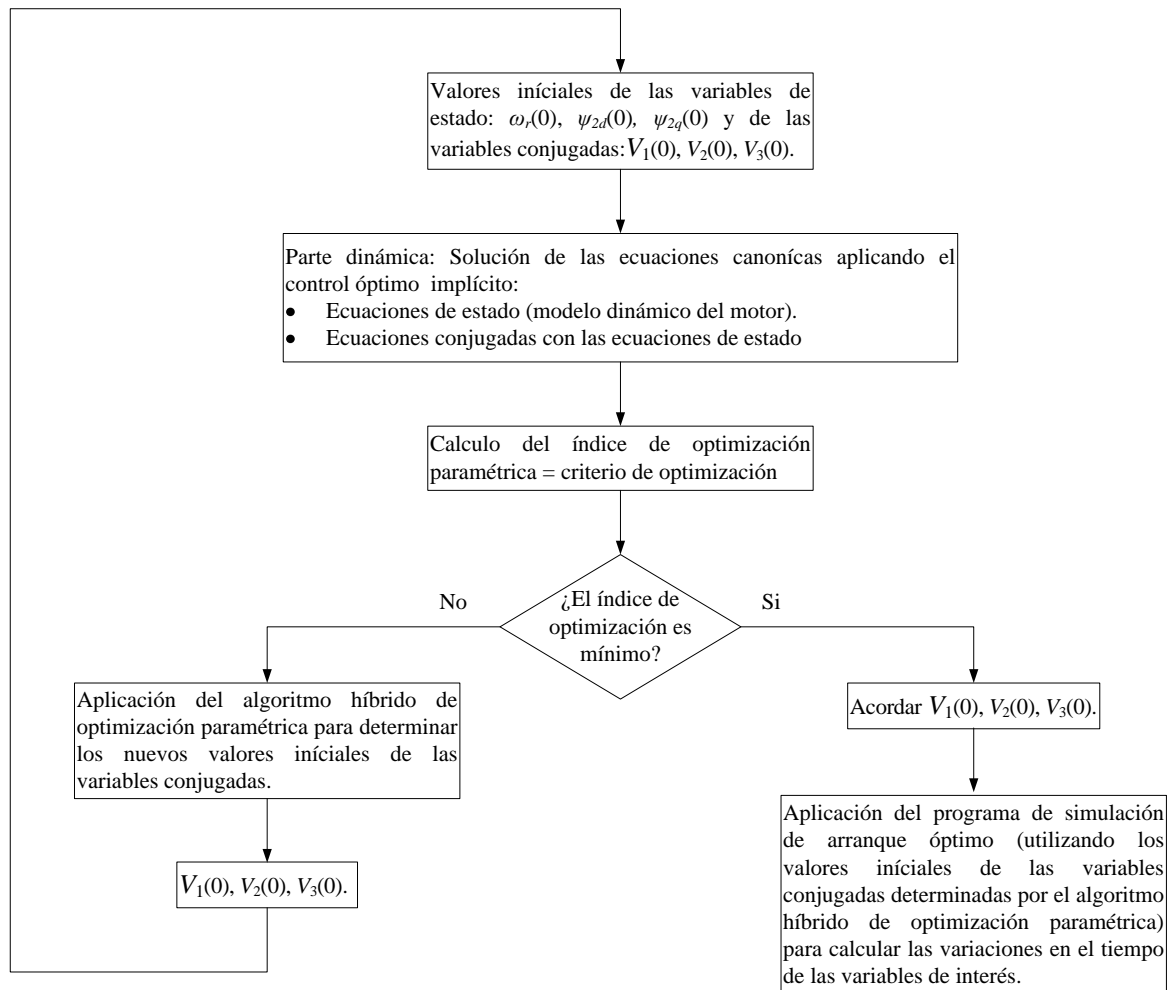


Fig. 4.1. Diagrama a bloques general del control óptimo de la velocidad del motor de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control.

Como se muestra en la figura 4.1 el programa de control de la velocidad de los motores de inducción está formado por dos programas principales: algoritmo de optimización paramétrica y el programa de simulación de arranque óptimo.

La aplicación principal del algoritmo de optimización paramétrica consiste en la búsqueda de los valores óptimos de parámetros de los modelos estáticos y dinámicos que garantiza el valor mínimo de un índice de optimización paramétrica aceptado. Normalmente la parte genética del algoritmo híbrido sirve para acercarse con cierta exactitud al mínimo global del índice de optimización, mientras que el algoritmo de los cambios cíclicos de los parámetros permite posteriormente encontrar dicho mínimo global con la exactitud mejor [56].

Para resolver el problema de doble valor en la frontera se utiliza el algoritmo híbrido de optimización paramétrica para determinar los valores iniciales de las variables conjugadas. El algoritmo híbrido está formado por dos algoritmos particulares: el algoritmo genético con tres métodos de selección de las cromosomas (por rango, por torneo y por ruleta) y el algoritmo clásico de optimización, basado en el método de cambio cíclico de los parámetros (de los valores iniciales de las variables conjugadas) llamado también el método de Gauss-Seidel.

El programa de simulación de arranque óptimo sirve para simular el arranque óptimo del motor de inducción y poder realizar las gráficas de las variables de interés que son: las pérdidas eléctricas, pérdidas magnéticas, pérdidas totales, la velocidad angular, amplitud del voltaje de fase, la amplitud de la corriente del estator, amplitud de la corriente del rotor, amplitud de la corriente de magnetización, amplitud del flujo de magnetización y par electromagnético.

### 4.3 SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 3H.P.

Los datos eléctricos del motor son los siguientes [37]:

$$u_m = 179.63 [V], \quad p = 2, \quad \omega_n = 377 [rd / s]$$
$$R_1 = 0.435 [\Omega], \quad R_2 = 0.816 [\Omega], \quad X_1 = X_2 = 0.754 [\Omega], \quad X_0 = 26.13 [\Omega]$$
$$J = 0.089 [kgm^2], \quad i_{0max} = 6.68 [A], \quad \psi_{0max} = 0.463 [Wb], \quad i_b = 8.202 [A]$$

El núcleo magnético del estator y del rotor está construido de la misma lámina anisótropa de laminado en frío que contiene 4% de silicio. Los parámetros de núcleo magnético del motor son [37]:

$$B_m = 1.5 [T], \quad \rho_m = 7.65 \times 10^3 [kg / m^3], \quad l = 0.001 [m], \quad \gamma_c = 2.096 \times 10^6 [S / m]$$
$$\varepsilon = 1.5 [m^4 / Hkg], \quad d = 0.0003 [m], \quad M_m = 34.89 [Kg], \quad M_r = 22.1 [Kg]$$

#### 4.3.1 Simulación del control con limitación de $i_1^0=8A$

En la simulación se utilizó una limitación de la amplitud de la corriente del estator de  $i_1^0=8A$  que satisface la condición de  $i_1^0 \leq i_{11}$  (apéndice B). En la tabla 4.1 se muestran las soluciones seleccionadas utilizando el método de Pareto antes mencionado (capítulo 3), por lo que los resultados son soluciones no dominadas. Las soluciones obtenidas para todas las combinaciones propuestas de los coeficiente del índice de optimización se encuentran en el apéndice E.

Tabla 4.1. Resultados de la simulación.

Coeficientes del índice de optimización			Soluciones no dominadas								
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$\Delta t_r$ [%]	$\Delta Q_t$ [%]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
0	1	0	$V_1(0)=-177.6886480694989$	2.856	233.94	44.89	278.83	0.351	0	5.66	8
Minimización de pérdidas eléctricas			$V_2(0)=-192.3704623913113$ $V_3(0)=11.43321990995112$								
0	0	1	$V_1(0)=-2105.248827740831$	2.846	235.63	43.96	279.59	0	0.272	5.66	8
Minimización del tiempo de arranque			$V_2(0)=-1810.4999999837$ $V_3(0)=121.2265586853027$								

En la tabla 4.1 se muestra el tiempo de arranque  $t_r$ , las pérdidas eléctricas  $Q_e$ , las pérdidas magnéticas  $Q_m$ , las pérdidas totales  $Q_t$ , el aumento del tiempo de arranque  $\Delta t_r$  calculado en relación con el tiempo  $t_r=2.846$ [s] obtenido para el caso de control óptimo en tiempo y el aumento de las pérdidas totales  $\Delta Q_t$  calculado en relación con las pérdidas  $Q_t=278.83$ [J] obtenidas para el caso de control óptimo que minimiza dichas pérdidas siendo simultáneamente el control que minimiza las pérdidas eléctricas [31]. El resultado seleccionado en la tabla 4.1 es la combinación de los coeficientes del índice de optimización  $\lambda_1=0$ ,  $\lambda_2=0$  y  $\lambda_3=1$  que corresponde cuando se minimiza solamente el tiempo  $t_r$ , debido a que presentan un aumento en pérdidas  $Q_t$  y en el tiempo  $t_r$  más balanceado.

Para la solución seleccionada se obtuvieron los siguientes valores iniciales de las variables conjugadas:

$$\begin{aligned} V_1(0) &= -2105.248827740831 \\ V_2(0) &= -1810.4999999837 \\ V_3(0) &= 121.2265586853027 \end{aligned}$$

A continuación se presentan las gráficas obtenidas de la simulación del arranque óptimo para la combinación de coeficientes antes mencionada.

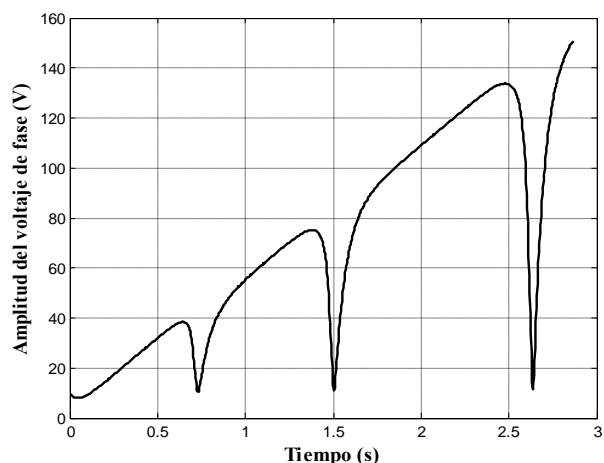


Fig. 4.2. Amplitud del voltaje de fase.

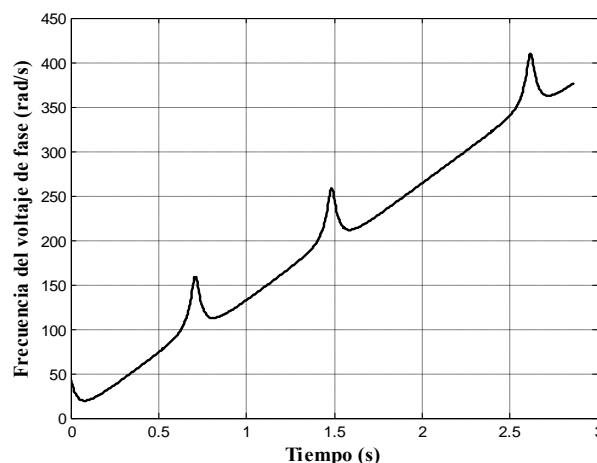


Fig. 4.3. Frecuencia del voltaje de fase.

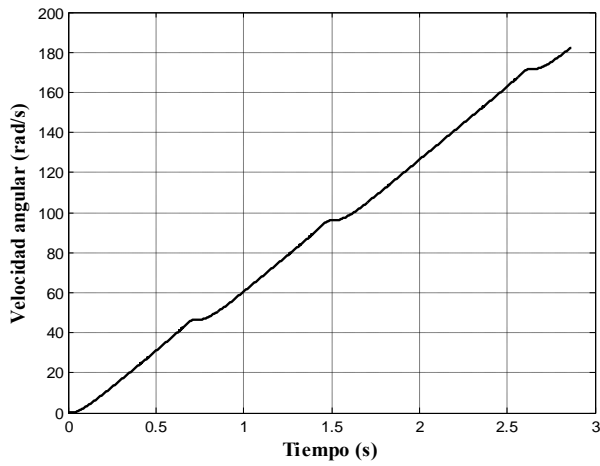


Fig. 4.4. Velocidad angular del motor.

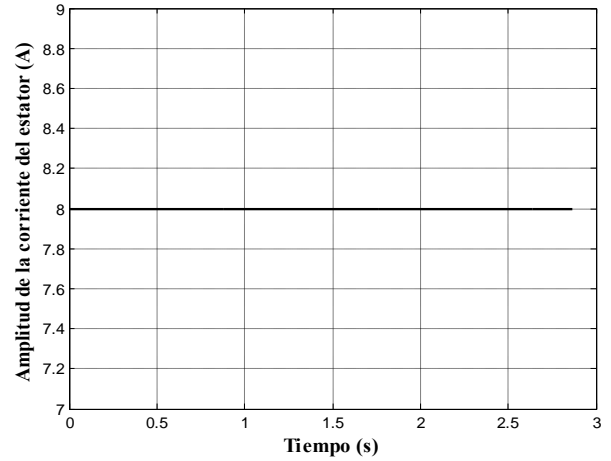


Fig. 4.5. Amplitud de la corriente del estator.

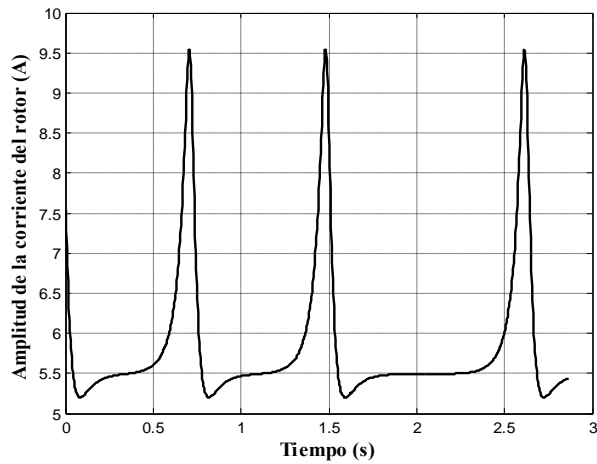


Fig. 4.6. Amplitud de la corriente del rotor.

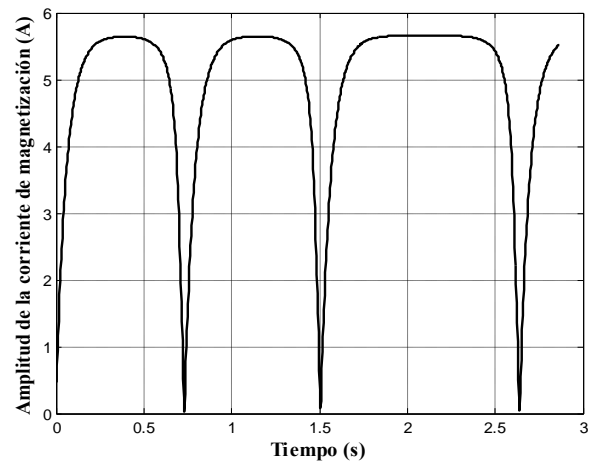


Fig. 4.7. Amplitud de la corriente de magnetización.

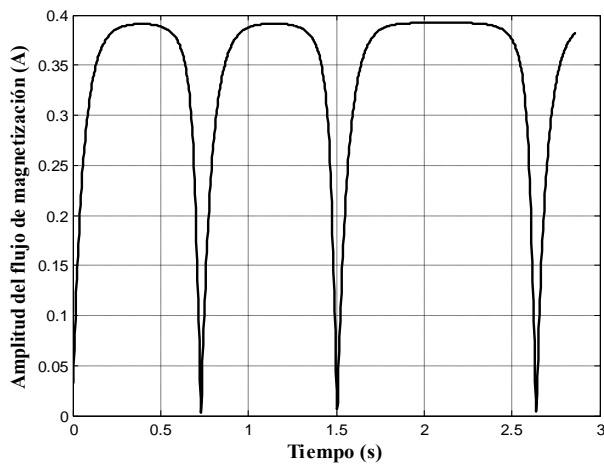


Fig. 4.8. Amplitud del flujo de magnetización.

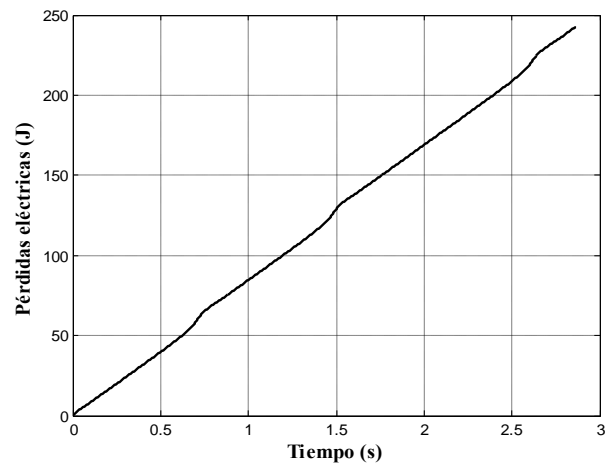


Fig. 4.9. Pérdidas eléctricas.

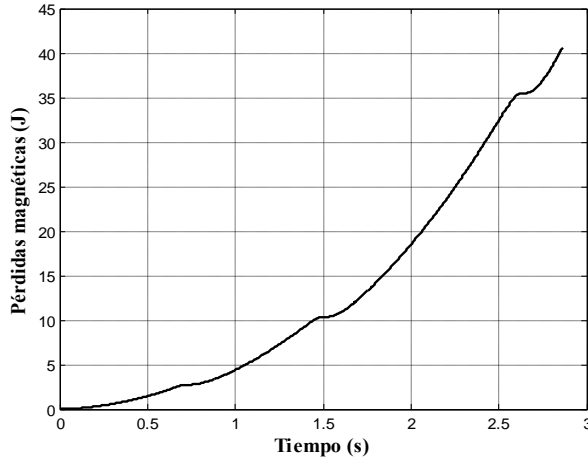


Fig. 4.10. Pérdidas magnéticas.

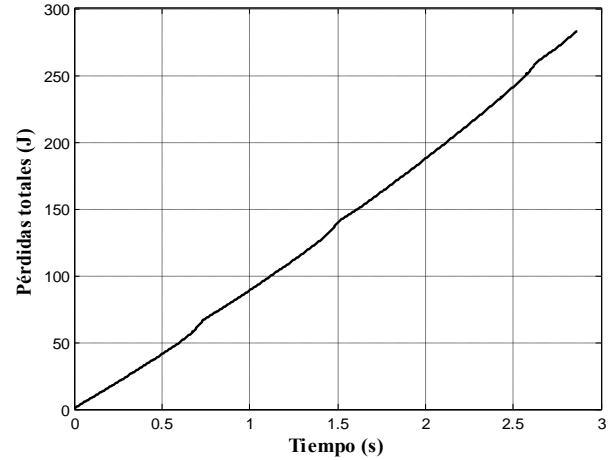


Fig. 4.11. Pérdidas totales.

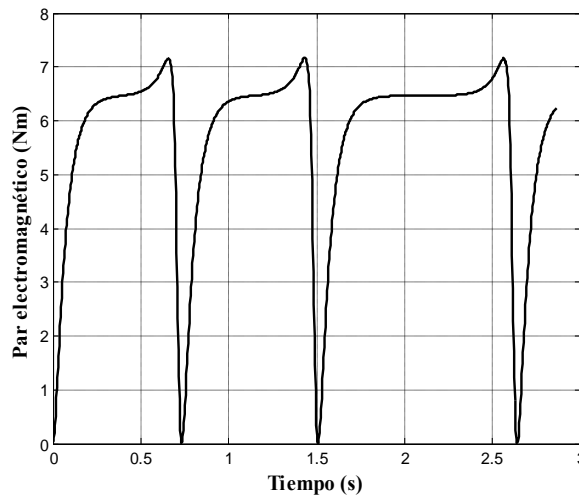


Fig. 4.12. Par electromagnético.

Haciendo un análisis a los resultados de los cálculos y de las simulaciones obtenidos para el motor investigado se puede concluir que:

- El control que minimiza simultáneamente el tiempo de control y las pérdidas totales en forma más balanceada es el control óptimo en tiempo dando el aumento bastante pequeño de las pérdidas totales en relación con el control que minimiza dichas pérdidas [31].
- El control óptimo que minimiza las pérdidas totales y el tiempo de control mantiene la amplitud de la corriente del estator al valor límite (8A) por todo el tiempo de arranque (ver figura 4.5.).
- El control óptimo garantiza no solamente la minimización de las pérdidas totales y el tiempo de control limitando la amplitud de la corriente del estator, pero también limita la amplitud de la corriente de magnetización – no ocurre la saturación (en la figura 4.7. la

amplitud de la corriente de magnetización se mantiene por debajo del valor 6.681A, que es el valor límite para el cual el material magnético del motor no entre todavía en saturación).

### 4.3.2 Simulación del control con limitación de $i_1^0=25A$

En la simulación se utilizó una limitación de la amplitud de la corriente del estator de  $i_1^0=25 A$  que satisface la condición de  $i_1^0 > i_{11}$  (apéndice B). En la tabla 4.2 se muestran las soluciones seleccionadas utilizando el método de Pareto antes mencionado (capítulo 3), por lo que los resultados son soluciones no dominadas. Las soluciones obtenidas para todas las combinaciones propuestas de los coeficiente del índice de optimización se encuentran en el apéndice E.

Tabla 4.2. Resultados de la simulación.

Coeficientes del índice de optimización			Soluciones no dominadas								
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$\Delta t_r$ [%]	$\Delta Q_t$ [%]	$i_{om}$ [A]	$i_l$ [A]
0	1	0	$V_1(0)=139.1601552910644$	0.9843	1083.7	23.35	1107.05	0	0.000219	6.68	25
<b>Minimización de pérdidas eléctricas</b>			$V_2(0)=217.2729482145926$								
			$V_3(0)=7.063294078313504$								
0	0	1	$V_1(0)=18649.5502814258$	0.9843	1083.7	23.35	1107.05	0	0.000219	6.68	25
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>			$V_2(0)=19779.35834465332$								
			$V_3(0)=748.6868133925233$								
0.1	0.9	0	$V_1(0)=46313.47645550984$	0.9844	1083.695	23.353	1107.048	0.0102	0	6.68	25
<b>Minimización de pérdidas totales</b>			$V_2(0)=65171.38433409701$								
			$V_3(0)=2188.682399441779$								

En la tabla 4.2 se presentan las mismas variables de las columnas que en la tabla 4.1 y el aumento del tiempo de arranque  $\Delta t_r$  calculado en relación con el tiempo  $t_r=0.9843$ [s] obtenido para el caso de control óptimo en tiempo y el aumento de las pérdidas totales  $\Delta Q_t$  calculado en relación con las pérdidas  $Q_t=1107.048$ [J] obtenidas para el caso de control óptimo que minimiza dichas pérdidas [31] utilizando la limitación de corriente de 25A. El resultado seleccionado en la tabla 4.2 es la combinación de los coeficientes del índice de optimización  $\lambda_1=0$ ,  $\lambda_2=0$  y  $\lambda_3=1$  que corresponde cuando se minimiza solamente el tiempo  $t_r$ , debido a que presentan junto con el control que minimiza las pérdidas eléctricas, un aumento en pérdidas  $Q_t$  y en el tiempo  $t_r$  más balanceado que las demás soluciones mostradas.

Para la solución seleccionada se obtuvieron los siguientes valores iniciales de las variables conjugadas:

$$\begin{aligned} V_1(0) &= 18649.5502814258 \\ V_2(0) &= 19779.35834465332 \\ V_3(0) &= 748.6868133925233 \end{aligned}$$

A continuación se presentan las gráficas obtenidas de la simulación del arranque óptimo para la combinación de coeficientes antes mencionada.

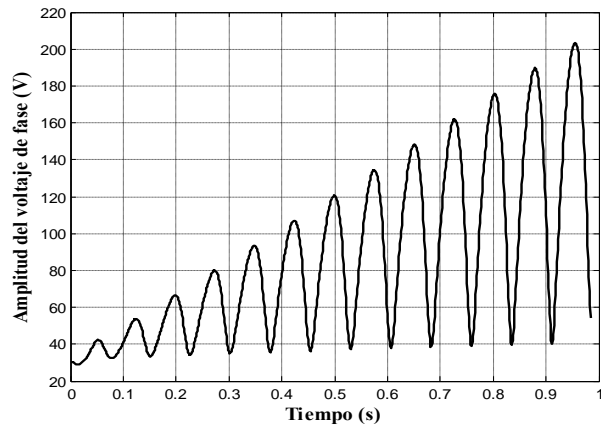


Fig. 4.13. Amplitud del voltaje de fase.

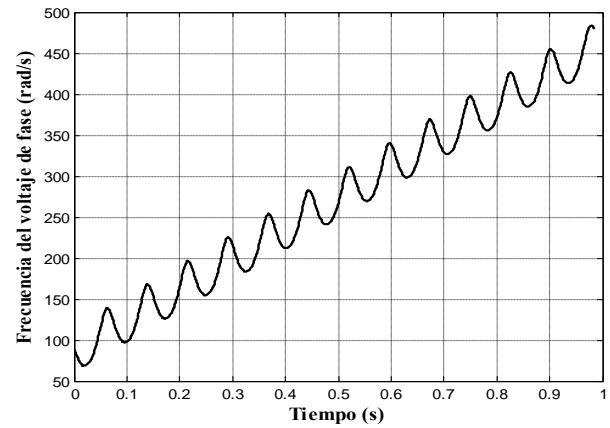


Fig. 4.14. Frecuencia del voltaje de fase.

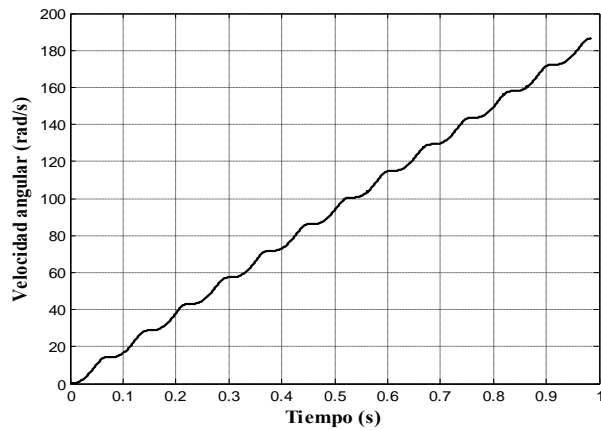


Fig. 4.15. Velocidad angular del motor.

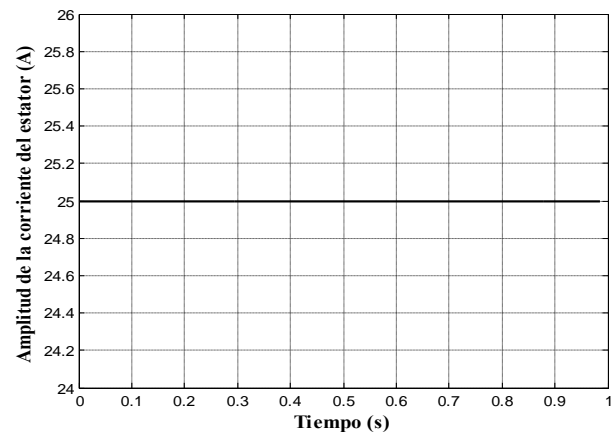


Fig. 4.16. Amplitud de la corriente del estator.

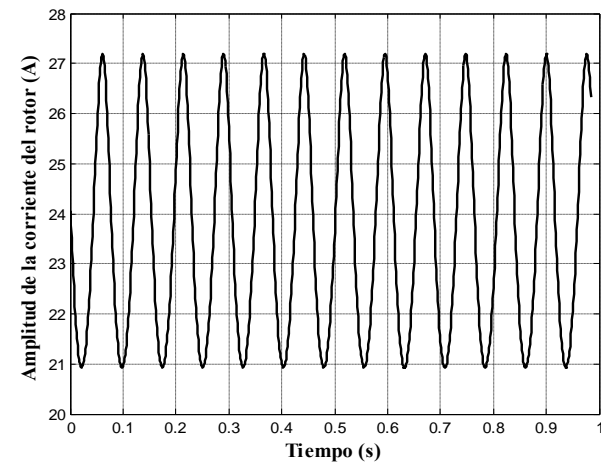


Fig. 4.17. Amplitud de la corriente del rotor.

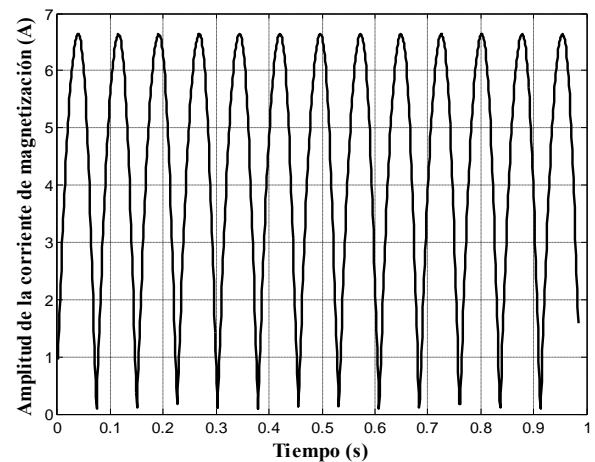


Fig. 4.18. Amplitud de la corriente de magnetización.



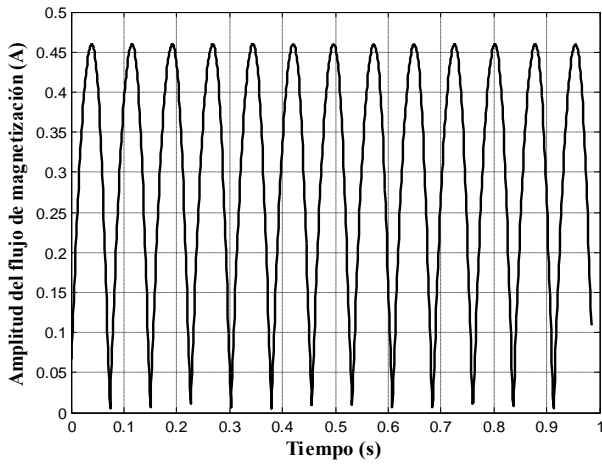


Fig. 4.19. Amplitud del flujo de magnetización.

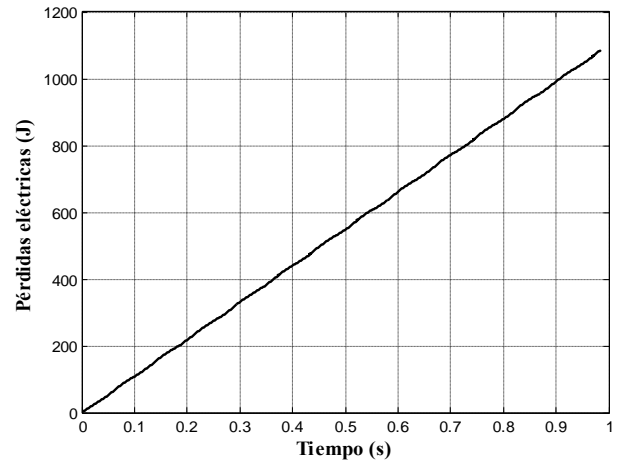


Fig. 4.20. Pérdidas eléctricas.

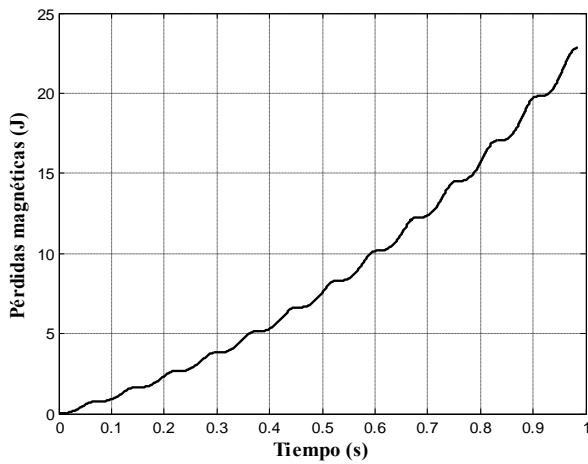


Fig. 4.21. Pérdidas magnéticas.

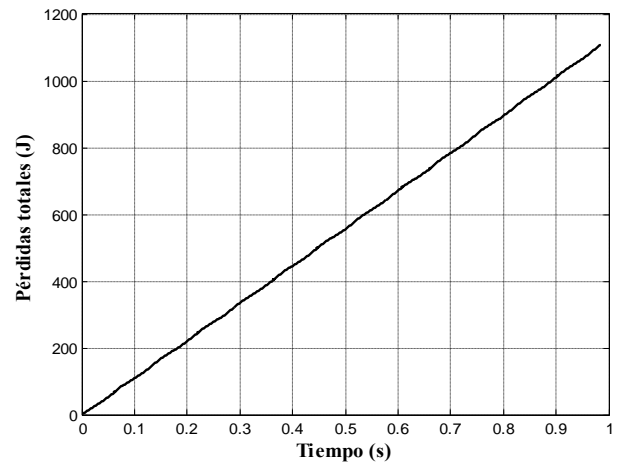


Fig. 4.22. Pérdidas totales.

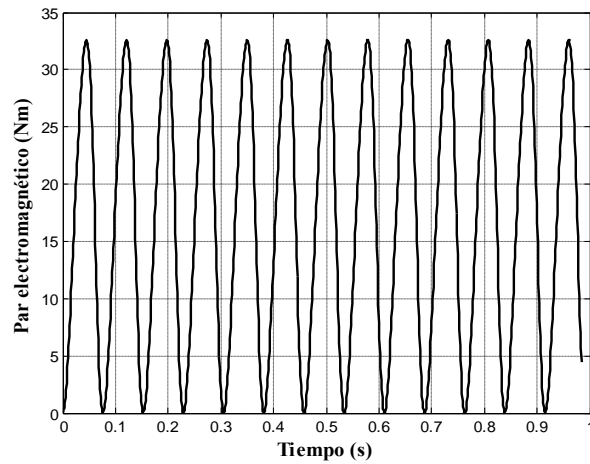


Fig. 4.23. Par electromagnético.

Analizando los resultados de los cálculos y de las simulaciones obtenidos para el motor investigado se puede concluir que:

- El control óptimo que minimiza solamente el tiempo de control da los mismos resultados que el control que minimiza las pérdidas eléctricas. Ambos controles dan el mejor equilibrio entre los aumentos del tiempo y de las pérdidas totales minimizando simultáneamente ambos factores mencionados.
- El control óptimo que minimiza las pérdidas totales y el tiempo de control mantiene la amplitud de la corriente del estator al valor límite (25A) por todo el tiempo de arranque (ver figura 4.16.).
- El control óptimo garantiza no solamente la minimización de las pérdidas totales y el tiempo de control limitando la amplitud de la corriente del estator, pero también limita la amplitud de la corriente de magnetización – no ocurre la saturación (en la figura 4.18. la amplitud de la corriente de magnetización se mantiene por debajo del valor 6.681A, que es el valor límite para que el material magnético del motor no entre en saturación).
- Prácticamente todas las soluciones no dominadas presentadas en la tabla 4.2 se difieren poco o nada, como es el caso del control que minimiza el tiempo y el control que minimiza las pérdidas eléctricas, por lo tanto en la práctica cualquiera de estos controles puede ser aplicado para minimizar simultáneamente las pérdidas totales y el tiempo de control.

#### 4.4 SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 500H.P.

Los datos eléctricos del motor son los siguientes [37]:

$$u_m = 1877.94 [V], \quad p = 2, \quad \omega_n = 377 [rd / s]$$
$$R_1 = 0.262 [\Omega], \quad R_2' = 0.187 [\Omega], \quad X_1 = X_2' = 1.206 [\Omega], \quad X_0 = 54.02 [\Omega]$$
$$J = 11.06 [kgm^2], \quad i_{0max} = 34 [A], \quad \psi_{0max} = 4.8718 [Wb], \quad i_b = 132.37 [A]$$

Los parámetros de núcleo magnético del motor son iguales como los del motor de 3 H.P. con excepción de las masas del motor y del rotor que son las siguientes [37]:

$$M_m = 2649.7 \text{ Kg} \quad M_r = 657.34 \text{ Kg}$$

##### 4.4.1 Simulación del control con limitación de $i_1^0=30 \text{ A}$

En la simulación se utilizó una limitación de la amplitud de la corriente del estator de  $i_1^0=30 \text{ A}$  que satisface la condición de  $i_1^0 \leq i_{11}$  (apéndice B). En la tabla 4.3 se muestran las soluciones seleccionadas utilizando el método de Pareto antes mencionado (capítulo 3), por lo que los resultados son soluciones no dominadas. Las soluciones obtenidas para

todas las combinaciones propuestas de los coeficiente del índice de optimización se encuentran en el apéndice E.

Tabla 4.3. Resultados de la simulación.

Coeficientes del índice de optimización			Soluciones no dominadas								
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$\Delta t_r$ [%]	$\Delta Q_t$ [%]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
0.03	0.07	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-373.2910159759497$	13.306	6753.5664	12415.749	19169.315	14.588	0.7296	20.83	30
			$V_2(0)=-172.1389371529514$								
			$V_3(0)=65.9941844634769$								
0.04	0.06	<b>0.90</b>	$V_1(0)=421.2640530758301$	14.152	7326.5076	11747.763	19074.271	21.874	0.2301	20.70	30
			$V_2(0)=-436.6953486496065$								
			$V_3(0)=97.72979404658572$								
0.1	0.1	<b>0.8</b>	$V_1(0)=-462.9201891702568$	14.984	7884.0373	11156.469	19040.506	29.039	0.0527	19.63	30
			$V_2(0)=497.1000485447747$								
			$V_3(0)=110.2133644369708$								
0.08	0.32	<b>0.6</b>	$V_1(0)=411.5881746041522$	11.622	5611.4262	13664.905	19276.332	0.0861	1.2919	21.21	30
			$V_2(0)=265.4701463002001$								
			$V_3(0)=78.57670506591759$								
0.10	0.40	<b>0.5</b>	$V_1(0)=-361.2982643997942$	11.623	5612.928	13658.862	19271.79	0.0947	1.268	21.21	30
			$V_2(0)=475.5138235167316$								
			$V_3(0)=95.81255929319769$								
0	0	<b>1</b>	$V_1(0)=-241.106763902735$	11.612	5586.15	13837.19	19423.34	0	2.0644	21.23	30
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>			$V_2(0)=819.7109564099353$								
			$V_3(0)=137.034713778638$								
0.5	0.5	<b>0</b>	$V_1(0)=6494.192975408658$	15.777	8406.7956	10623.682	19030.477	35.868	0	18.93	30
<b>Minimización de pérdidas totales</b>			$V_2(0)=-50932.63395747617$								
			$V_3(0)=8412.143544075909$								

En la tabla 4.3 se presentan las mismas variables de las columnas que en la tabla 4.1 y el aumento del tiempo de arranque  $\Delta t_r$  calculado en relación con el tiempo  $t_r=11.612$ [s] obtenido para el caso de control óptimo en tiempo y el aumento de las pérdidas totales  $\Delta Q_t$  calculado en relación con las pérdidas  $Q_t=19030.477$ [J] obtenidas para el caso de control óptimo que minimiza dichas pérdidas [31] utilizando la limitación de corriente de 30A. El resultado seleccionado en la tabla 4.3 es la combinación de los coeficientes del índice de optimización  $\lambda_1=0.10$ ,  $\lambda_2=0.40$  y  $\lambda_3=0.50$ , debido a que presenta un aumento en pérdidas  $Q_t$  y en el tiempo  $t_r$  más balanceado que las demás soluciones mostradas.

Para la solución seleccionada se obtuvieron los siguientes valores iniciales de las variables conjugadas:

$$\begin{aligned} V_1(0) &= -361.2982643997942 \\ V_2(0) &= 475.5138235167316 \\ V_3(0) &= 95.81255929319769 \end{aligned}$$

A continuación se presentan las gráficas obtenidas de la simulación del arranque óptimo para la combinación de coeficientes antes mencionada.

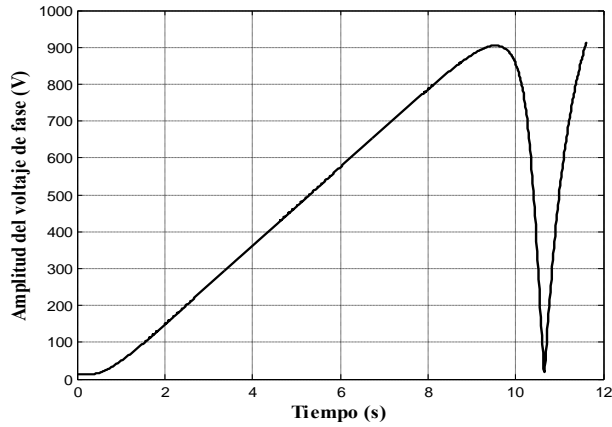


Fig. 4.24. Amplitud del voltaje de fase.

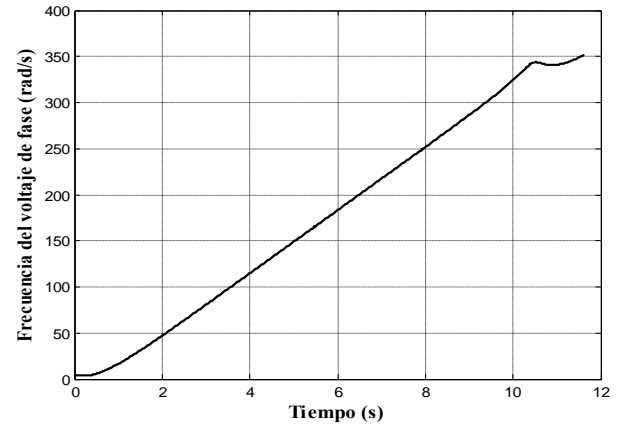


Fig. 4.25. Frecuencia del voltaje de fase.

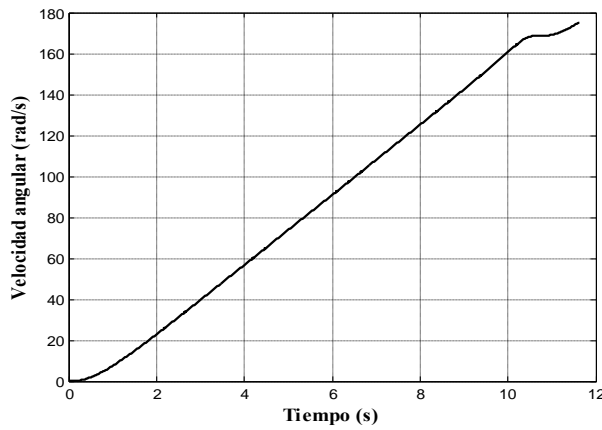


Fig. 4.26. Velocidad angular del motor.

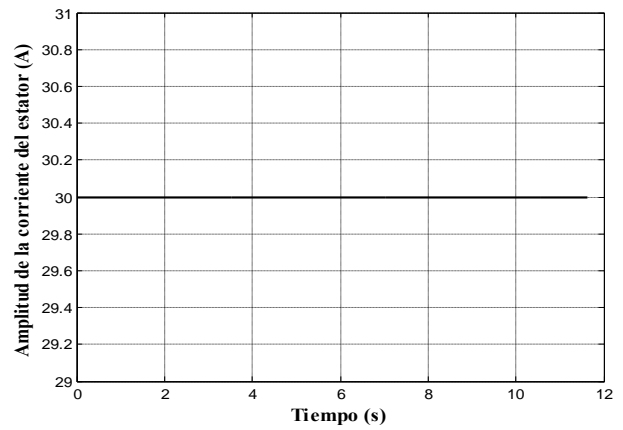


Fig. 4.27. Amplitud de la corriente del estator.

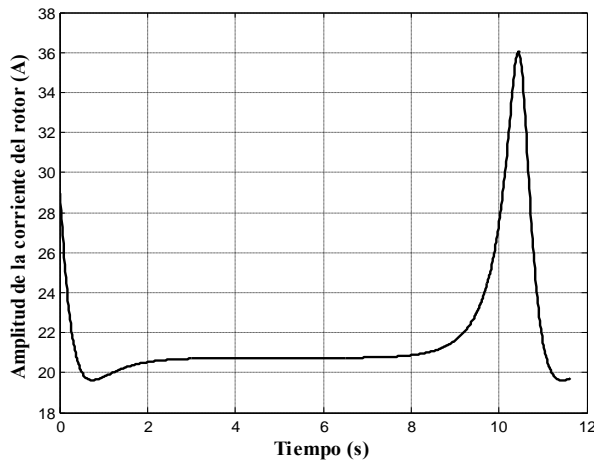


Fig. 4.28. Amplitud de la corriente del rotor.

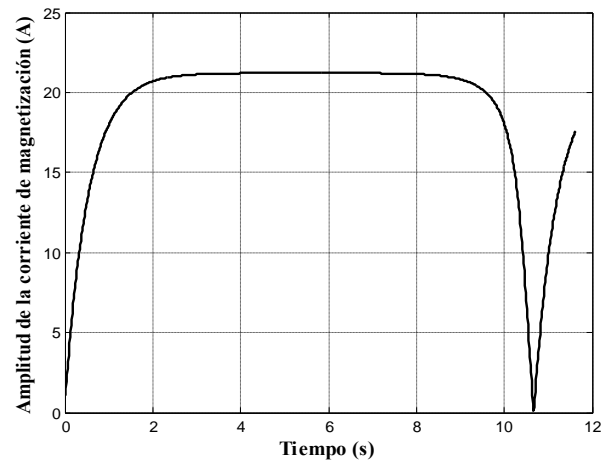


Fig. 4.29. Amplitud de la corriente de magnetización.

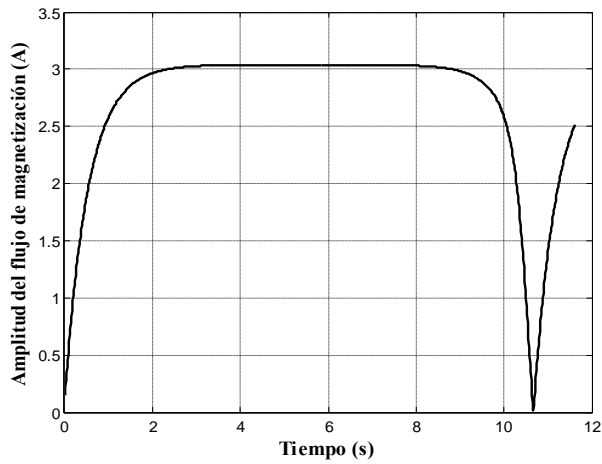


Fig. 4.30. Amplitud del flujo de magnetización.

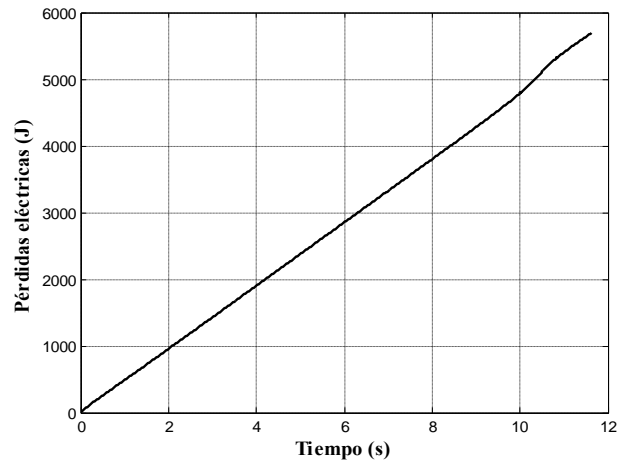


Fig. 4.31. Pérdidas eléctricas.

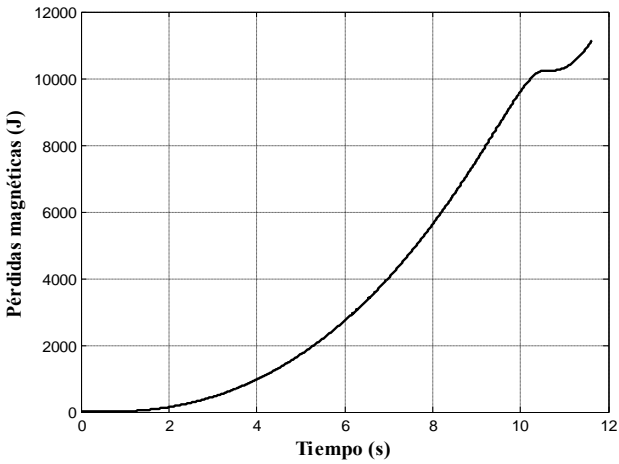


Fig. 4.32. Pérdidas magnéticas.

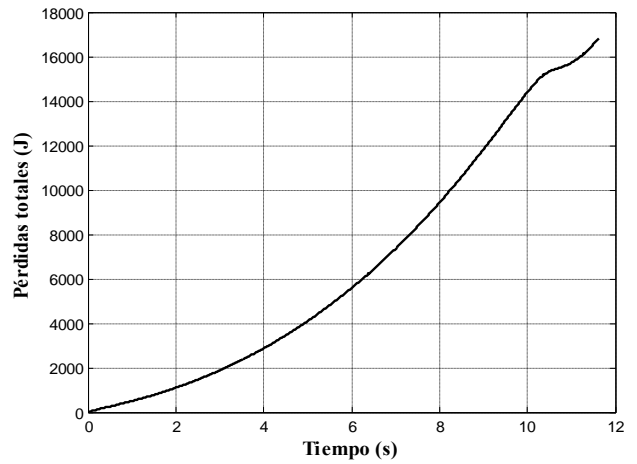


Fig. 4.33. Pérdidas totales.

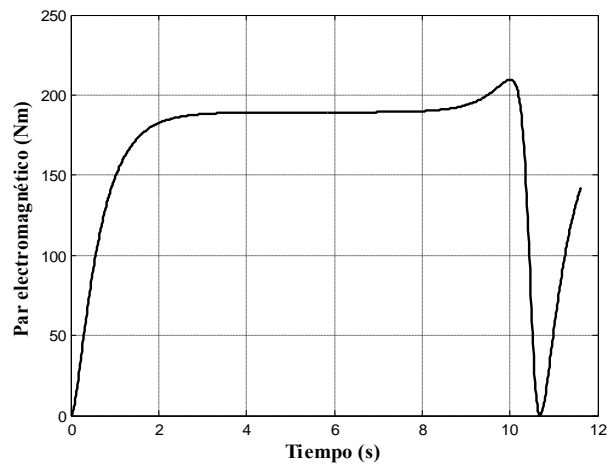


Fig. 4.34. Par electromagnético.

Analizando los resultados de los cálculos y de las simulaciones obtenidos para el motor investigado se puede concluir que:

- El control óptimo que minimiza las pérdidas totales y el tiempo de control mantiene la amplitud de la corriente del estator al valor límite (30A) por todo el tiempo de arranque (ver figura 4.27.).
- El control óptimo garantiza no solamente la minimización de las pérdidas totales y el tiempo de control limitando la amplitud de la corriente del estator, pero también limita la amplitud de la corriente de magnetización – no ocurre la saturación (en la figura 4.29. la amplitud de la corriente de magnetización se mantiene por debajo del valor 34A, que es el valor límite para que el material magnético del motor no entre en saturación).
- La combinación seleccionada de  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  que da los aumentos del tiempo de control  $\Delta t_r$  y las pérdidas totales  $\Delta Q_t$  respecto de dichos factores minimizados por separado, el más balanceado que las demás soluciones (ver tabla 4.4) es  $\lambda_1=0.10$ ,  $\lambda_2=0.40$  y  $\lambda_3=0.50$ .

#### 4.4.2 Simulación del control con limitación de $i_1^0=150$ A

En la simulación se utilizó una limitación de la amplitud de la corriente del estator de  $i_1^0=150$ A que satisface la condición de  $i_1^0 > i_{11}$  (apéndice B). En la tabla 4.4 se muestran las soluciones seleccionadas utilizando el método de Pareto antes mencionado (capítulo 3), por lo que los resultados son soluciones no dominadas. Las soluciones obtenidas para todas las combinaciones propuestas de los coeficiente del índice de optimización se encuentran en el apéndice E.

Tabla 4.4. Resultados de la simulación.

Coeficientes del índice de optimización			Soluciones no dominadas								
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$\Delta t_r$ [%]	$\Delta Q_t$ [%]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
0.09	0.21	0.7	$V_1(0)=-1.935219794357167$	4.453	14251.293	6591.4782	20842.772	123.769	10.53	30.57	84.85
			$V_2(0)=74.66614056877730$								
			$V_3(0)=6.575105955543644$								
0.04	0.36	0.6	$V_1(0)=-55.233475161609840$	5.099	10022.441	8968.9679	18991.409	156.231	0.708	33.41	71.21
			$V_2(0)=45.759785923953130$								
			$V_3(0)=6.460183305861870$								
0.08	0.32	0.6	$V_1(0)=57.033102038845740$	4.713	13389.737	7102.7	20492.437	136.834	8.668	30.86	81.52
			$V_2(0)=-61.336571840468920$								
			$V_3(0)=7.480188979425867$								
0.12	0.28	0.6	$V_1(0)=-6.47858196298654e-005$	4.256	14878.433	6447.4241	21325.857	113.869	13.09	30.95	89.84
			$V_2(0)=-84.301062374740310$								
			$V_3(0)=7.371687789588171$								
0.16	0.24	0.6	$V_1(0)=-9.689944529581968e-001$	3.539	17234.899	5708.7306	22943.63	77.8392	21.67	31.72	104.10
			$V_2(0)=87.372982006989460$								
			$V_3(0)=7.325607195039770$								
0.05	0.45	0.5	$V_1(0)=20.319086034789690$	5.641	9339.26	9548.2325	18887.492	183.467	0.157	32.83	66.42
			$V_2(0)=77.444920641141810$								
			$V_3(0)=7.610339300912717$								

Tabla 4.4 Resultados de la simulación (continuación).

Coeficientes del índice de optimización			Soluciones no dominadas								
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$\Delta t_r$ [%]	$\Delta Q_t$ [%]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
0.10	0.40	0.5	$V_1(0)=-35.234580184258220$	3.273	18333.543	5378.9541	23712.497	64.4724	25.74	32.03	108.30
			$V_2(0)=-147.602641037097200$								
			$V_3(0)=12.315405396560980$								
0.12	0.48	0.4	$V_1(0)=110.1897786627781$	3.734	16337.443	5931.8124	22269.255	87.6382	18.09	31.53	97.50
			$V_2(0)=115.3530153176487$								
			$V_3(0)=13.369153176487$								
0.36	0.24	0.4	$V_1(0)=-80.978050773514040$	3.711	16720.326	6101.3273	22821.653	86.4824	21.02	32.09	105.00
			$V_2(0)=-37.716344419640060$								
			$V_3(0)=7.695862608128421$								
0.14	0.56	0.30	$V_1(0)=128.1154468780014$	5.006	11669.44	8336.0714	20005.512	151.558	6.085	34.00	78.31
			$V_2(0)=28.26131576873425$								
			$V_3(0)=11.222905342282730$								
0.42	0.28	0.30	$V_1(0)=76.76742817089648$	4.03	13956.523	7432.9675	21389.49	102.513	13.42	31.91	90.39
			$V_2(0)=-40.5926628034177$								
			$V_3(0)=7.924196181745458$								
0.49	0.21	0.30	$V_1(0)=62.69924084519651$	3.269	18974.451	5537.8556	24512.307	64.2714	29.98	32.51	119.63
			$V_2(0)=67.27294384006547$								
			$V_3(0)=7.821456707140387$								
0.72	0.18	0.10	$V_1(0)=87.57939928525519$	2.732	22598.662	4854.4787	27453.14	37.2864	45.58	33.1	143.5
			$V_2(0)=-43.65472281323283$								
			$V_3(0)=8.220116549135849$								
0	0	1	$V_1(0)=77.35313276769136$	1.99	28978.9	3592.47	32571.37	0	72.72	32.85	150
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>			$V_2(0)=-228.5042454367872$								
			$V_3(0)=18.42773103246033$								
0.05	0.95	0	$V_1(0)=99.2414212687712$	7.603	7764.8	11093.12	18857.92	282.06	0	30.95	55.79
<b>Minimización de pérdidas totales</b>			$V_2(0)=59.85214539677278$								
			$V_3(0)=13.55375691382402$								

En la tabla 4.4 se presentan las mismas variables de las columnas que en la tabla 4.1 y el aumento del tiempo de arranque  $\Delta t_r$  calculado en relación con el tiempo  $t_r=1.99$ [s] obtenido para el caso de control óptimo en tiempo y el aumento de las pérdidas totales  $\Delta Q_t$  calculado en relación con las pérdidas  $Q_t=18857.92$ [J] obtenidas para el caso de control óptimo que minimiza dichas pérdidas [31] utilizando la limitación de corriente de 150A. El resultado seleccionado en la tabla 4.4 es la combinación de los coeficientes del índice de optimización  $\lambda_1=0.72$ ,  $\lambda_2=0.18$  y  $\lambda_3=0.10$  debido a que presenta un aumento en pérdidas  $Q_t$  y en el tiempo  $t_r$  más balanceado que las demás soluciones mostradas.

Para la solución seleccionada se obtuvieron los siguientes valores iniciales de las variables conjugadas:

$$V_1(0)= 87.57939928525519$$

$$V_2(0)=-43.65472281323283$$

$$V_3(0)= 8.220116549135849$$

A continuación se presentan las gráficas obtenidas de la simulación del arranque óptimo para la combinación de coeficientes antes mencionada.

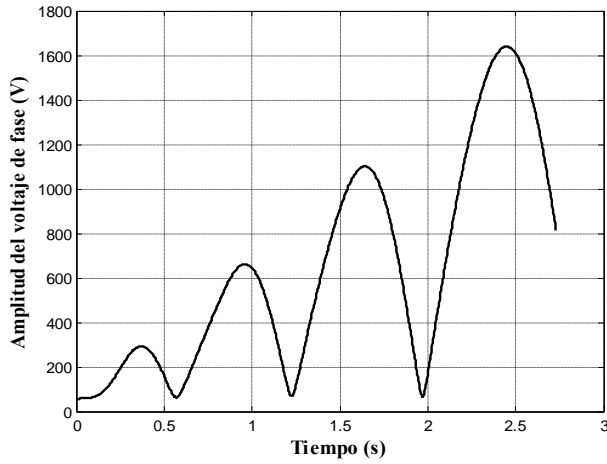


Fig. 4.35. Amplitud del voltaje de fase.

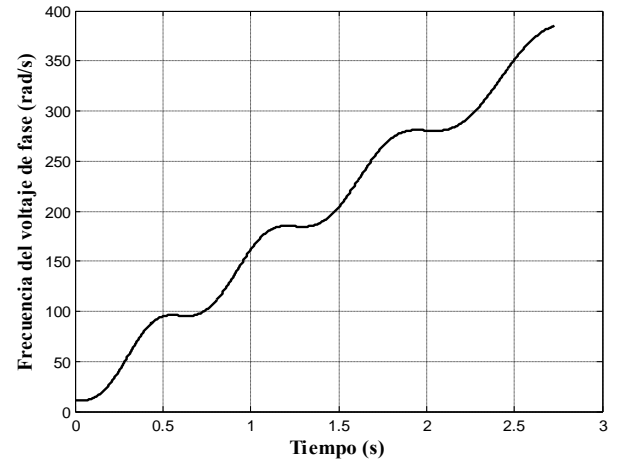


Fig. 4.36. Frecuencia del voltaje de fase.

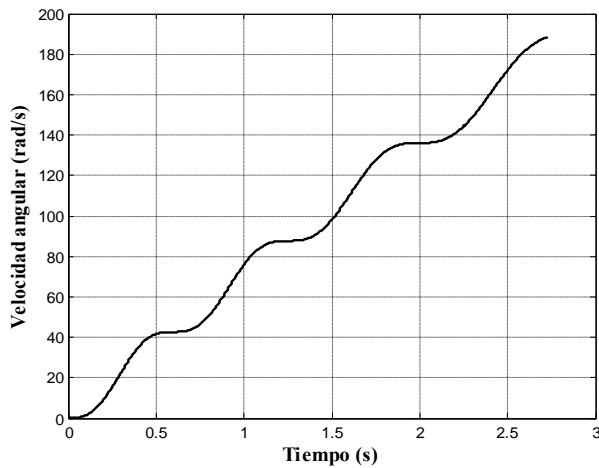


Fig. 4.37. Velocidad angular del motor.

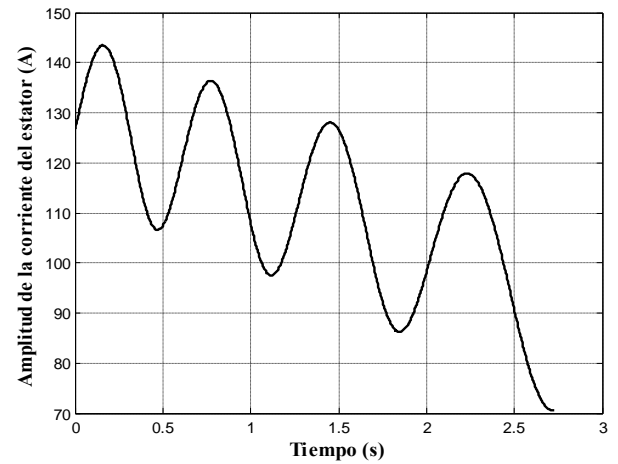


Fig. 4.38. Amplitud de la corriente del estator.

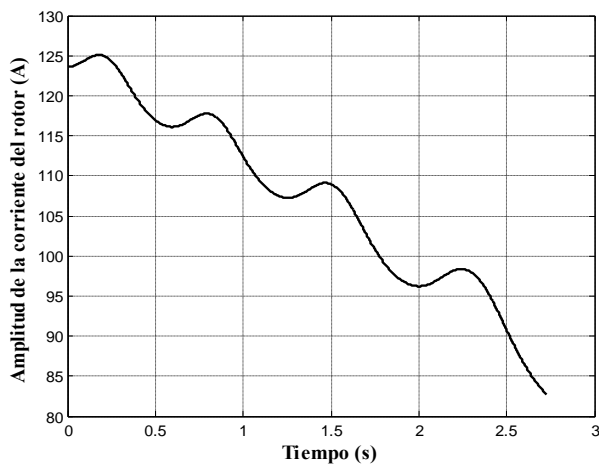


Fig. 4.39. Amplitud de la corriente del rotor.

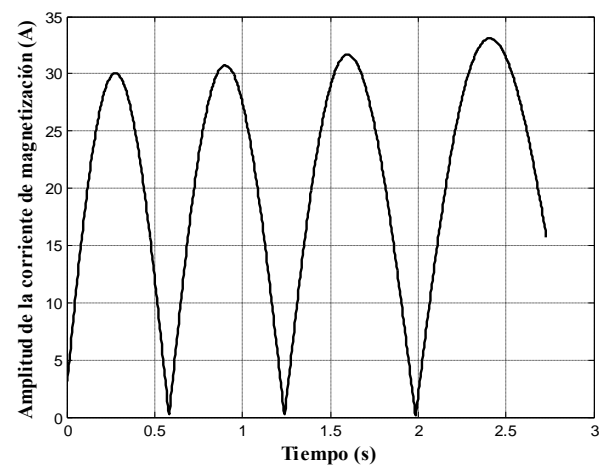


Fig. 4.40. Amplitud de la corriente de magnetización.



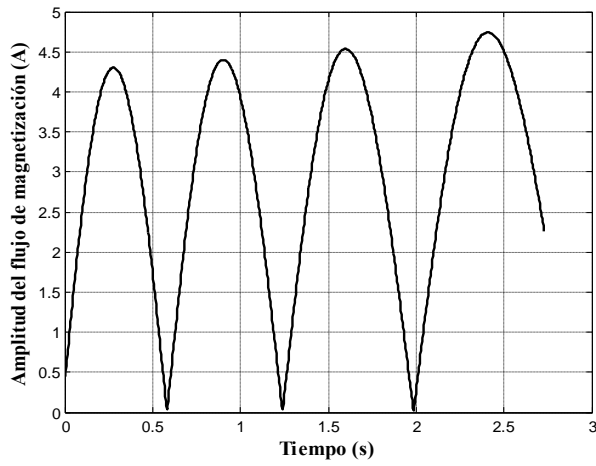


Fig. 4.41. Amplitud del flujo de magnetización.

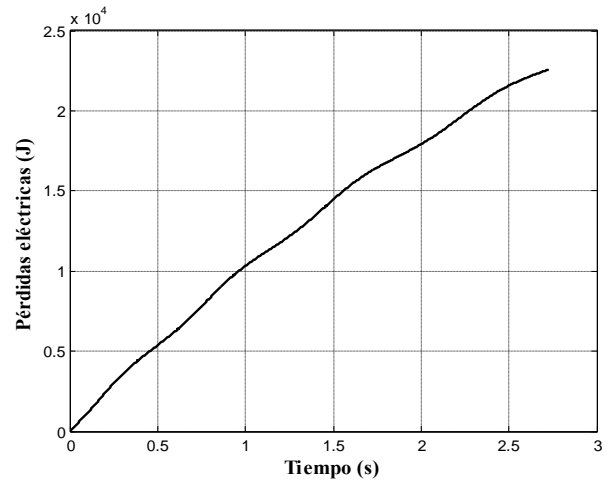


Fig. 4.42. Pérdidas eléctricas.

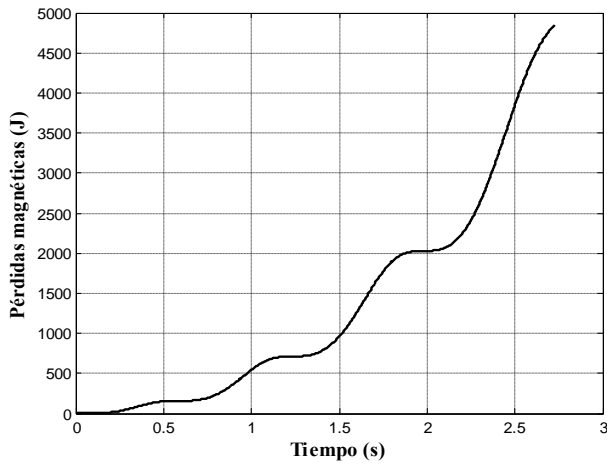


Fig. 4.43. Pérdidas magnéticas.

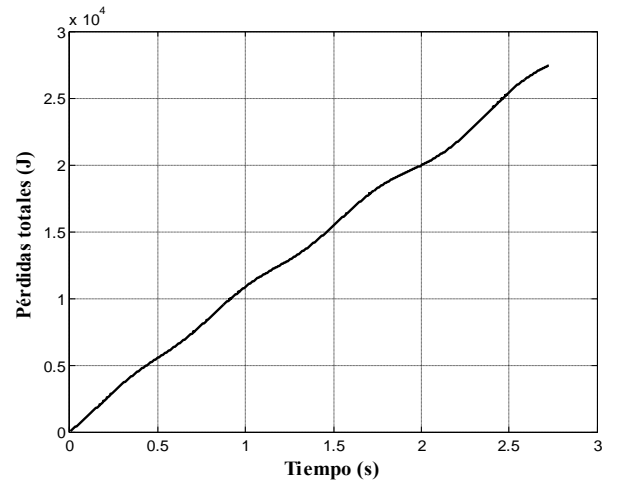


Fig. 4.44. Pérdidas totales.

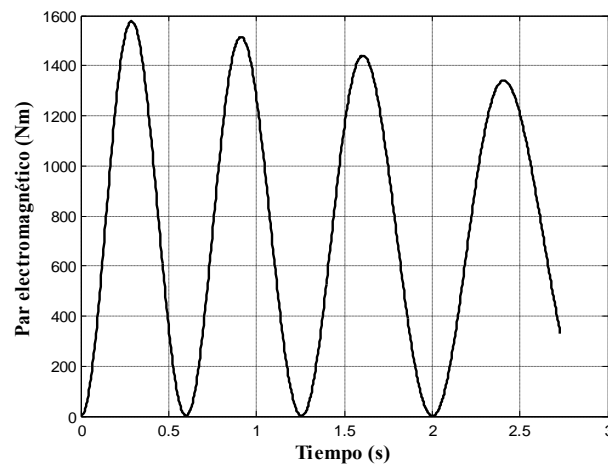


Fig. 4.45. Par electromagnético.

Analizando los resultados de los cálculos y de las simulaciones obtenidos para el motor investigado se puede concluir que:

- El control óptimo que minimiza las pérdidas totales y el tiempo de control mantiene la amplitud de la corriente del estator por debajo del valor límite (150A) por todo el tiempo de arranque (ver figura 4.38.).
- El control óptimo garantiza no solamente la minimización de las pérdidas totales y el tiempo de control limitando la amplitud de la corriente del estator, pero también limita la amplitud de la corriente de magnetización – no ocurre la saturación (en la figura 4.40. la amplitud de la corriente de magnetización se mantiene por debajo del valor 34A, que es el valor límite para que el material magnético del motor no entre en saturación).
- La combinación seleccionada de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  que da los aumentos del tiempo de control  $\Delta t_r$  y las pérdidas totales  $\Delta Q_t$  respecto de dichos factores minimizados por separado, el más balanceado que las demás soluciones (ver tabla 4.4) es  $\lambda_1=0.72$ ,  $\lambda_2=0.18$  y  $\lambda_3=0.10$ .

#### 4.5 SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 2250H.P.

Los datos eléctricos del motor son los siguientes [37]:

$$u_m = 1877.94 [V], \quad p = 2, \quad \omega_n = 377 [rd / s]$$
$$R_1 = 0.029 [\Omega], \quad R_2 = 0.022 [\Omega], \quad X_1 = X_2 = 0.226 [\Omega], \quad X_0 = 13.04 [\Omega]$$
$$J = 63.87 [kgm^2], \quad i_{0max} = 141.56 [A], \quad \psi_{0max} = 4.984 [Wb], \quad i_b = 159.54 [A]$$

Los parámetros de núcleo magnético del motor son iguales como los del motor de 3 H.P. con excepción de las masas del motor y del rotor que son las siguientes [37]:

$$M_m = 8479 \text{ Kg} \quad M_r = 1315 \text{ Kg}$$

##### 4.5.1 Simulación del control con limitación de $i_1^0=150 \text{ A}$

En la simulación se utilizó una limitación de la amplitud de la corriente del estator de  $i_1^0=150\text{A}$  que satisface la condición de  $i_1^0 \leq i_{11}$  (apéndice B). En la tabla 4.5 se muestran las soluciones seleccionadas utilizando el método de Pareto antes mencionado (capítulo 3), por lo que los resultados son soluciones no dominadas. Las soluciones de todas las combinaciones propuestas de los coeficiente del índice de optimización se encuentran en el apéndice E.

Tabla 4.5. Resultados de la simulación.

Coeficientes del índice de optimización			Soluciones no dominadas								
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$\Delta t_r$ [%]	$\Delta Q_i$ [%]	$i_{om}$ [A]	$i_l$ [A]
0.03	0.07	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-57.93761253099342$	13.497	19791.641	55366.245	75157.886	15.458	6.812	100.65	150
			$V_2(0)=-343.3355797322686$								
			$V_3(0)=-31.68748309129959$								
0.04	0.06	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-57.2189804565832$	15.161	22959.677	50013.796	72973.473	29.692	3.707	93.53	150
			$V_2(0)=-409.9854529603439$								
			$V_3(0)=-38.48792610357275$								
0.02	0.18	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-77.04686417544227$	11.71	16205.045	62311.217	78516.262	0.1711	11.58	105.40	150
			$V_2(0)=-175.1780687088059$								
			$V_3(0)=-17.3181134022868$								
0.09	0.21	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-470.9637377099817$	11.815	16579.133	60410.945	76990.078	1.0693	9.416	105.21	150
			$V_2(0)=-115.0894762737305$								
			$V_3(0)=-43.95421991136629$								
0.12	0.18	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-364.5019848125817$	16.686	25792.609	45872.38	71664.989	42.737	1.848	87.16	150
			$V_2(0)=-498.9489338031481$								
			$V_3(0)=-59.485281590195$								
0.15	0.15	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-345.5152549948653$	20.76	33204.177	37321.976	70526.153	77.588	0.229	72.77	150
			$V_2(0)=-60.586933751038150$								
			$V_3(0)=-37.97038980914040$								
0.08	0.32	<b>0.6</b>	$V_1(0)=-120.1700741618152$	11.76	16428.445	60836.355	77264.8	0.5988	9.806	105.15	150
			$V_2(0)=-338.0903572859444$								
			$V_3(0)=-32.5572504508574$								
0.16	0.24	<b>0.6</b>	$V_1(0)=-76.783203840550570$	16.684	25792.857	46062.64	71855.497	42.72	2.119	87.85	150
			$V_2(0)=-343.6751098678021$								
			$V_3(0)=-34.16576153241746$								
0.2	0.2	<b>0.6</b>	$V_1(0)=-188.2369540687129$	20.757	33199.979	37485.273	70685.252	77.562	0.456	73.48	150
			$V_2(0)=-161.6411232686566$								
			$V_3(0)=-27.09751101336541$								
0.25	0.25	<b>0.5</b>	$V_1(0)=-240.3174650623757$	20.759	33202.17	37341.314	70543.484	77.579	0.254	72.85	150
			$V_2(0)=-473.8309686708584$								
			$V_3(0)=-57.56568985533843$								
0.12	0.48	<b>0.4</b>	$V_1(0)=-256.0582784233275$	11.761	16439.292	60707.713	77147.005	0.6074	9.639	104.99	150
			$V_2(0)=-295.6462793934367$								
			$V_3(0)=-35.55503124339205$								
0.07	0.63	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-241.4473442686011$	11.711	16217.271	62172.701	78389.972	0.1796	11.41	105.30	150
			$V_2(0)=-370.1705735755876$								
			$V_3(0)=-40.04287808530771$								
0.21	0.49	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-376.0127259046168$	11.815	16593.915	60191.068	76784.983	1.0693	9.124	104.91	150
			$V_2(0)=-479.81148099368459$								
			$V_3(0)=-55.4625024464325$								
0.08	0.72	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-253.3769371093725$	11.724	16226.976	62035.089	78262.065	0.2909	11.22	105.27	150
			$V_2(0)=-386.7909321560426$								
			$V_3(0)=-41.90857435503044$								
0.16	0.64	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-421.3873178195424$	11.769	16441.234	60678.278	77119.512	0.6758	9.6	104.96	150
			$V_2(0)=-261.7533271548034$								
			$V_3(0)=-45.1139740906049$								
0.27	0.63	<b>0.10</b>	$V_1(0)=-497.1688997184151$	13.497	19810.929	55893.249	75704.178	15.458	7.588	101.45	150
			$V_2(0)=-360.4251170289539$								
			$V_3(0)=-56.52286711482412$								
0	0	<b>1</b>	$V_1(0)=-260.5085191909898$	11.69	16063.6	63430.8	7949.4	0	12.62	105.62	150
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>		$V_2(0)=127.2876577524805$									
		$V_3(0)=-26.17578526435517$									
0.5	0.5	<b>0</b>	$V_1(0)=-66486.16001339044$	20.759	33199.43	37165.28	70364.71	77.579	0	72.08	150
<b>Minimización de pérdidas totales</b>		$V_2(0)=-66215.46746328908$									
		$V_3(0)=10058.5937270751$									

En la tabla 4.5 se presentan las mismas variables de las columnas que en la tabla 4.1 y el aumento del tiempo de arranque  $\Delta t_r$  calculado en relación con el tiempo  $t_r=11.69[s]$  obtenido para el caso de control óptimo en tiempo y el aumento de las pérdidas totales  $\Delta Q_t$  calculado en relación con las pérdidas  $Q_t=70364.71[J]$  obtenidas para el caso de control óptimo que minimiza dichas pérdidas [31] utilizando la limitación de corriente de 150A. El resultado seleccionado en la tabla 4.5 es la combinación de los coeficientes del índice de optimización  $\lambda_1=0.27$ ,  $\lambda_2=0.63$  y  $\lambda_3=0.1$  debido a que presenta un aumento en pérdidas  $Q_t$  y en el tiempo  $t_r$  más balanceado que las demás soluciones mostradas.

Para la solución seleccionada se obtuvieron los siguientes valores iniciales de las variables conjugadas:

$$V_1(0)=-497.1688997184151$$

$$V_2(0)=-360.4251170289539$$

$$V_3(0)=56.52286711482412$$

A continuación se presentan las gráficas obtenidas de la simulación del arranque óptimo para la combinación de coeficientes antes mencionada.

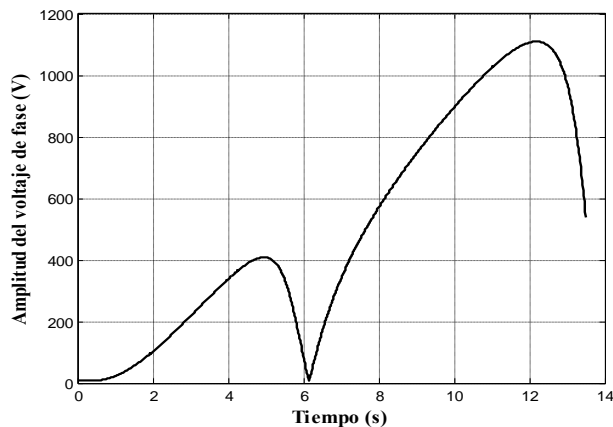


Fig. 4.46. Amplitud del voltaje de fase.

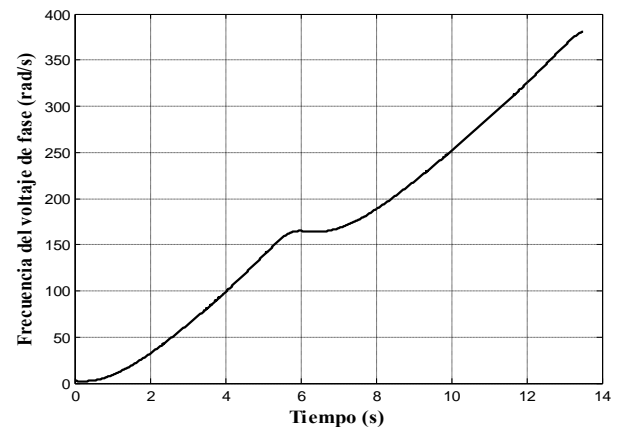


Fig. 4.47. Frecuencia del voltaje de fase.

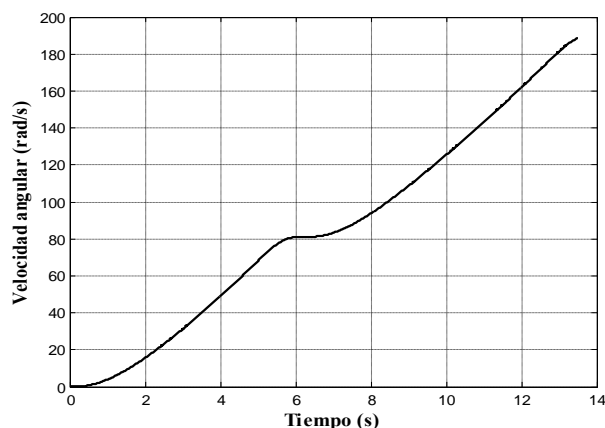


Fig. 4.48. Velocidad angular del motor.

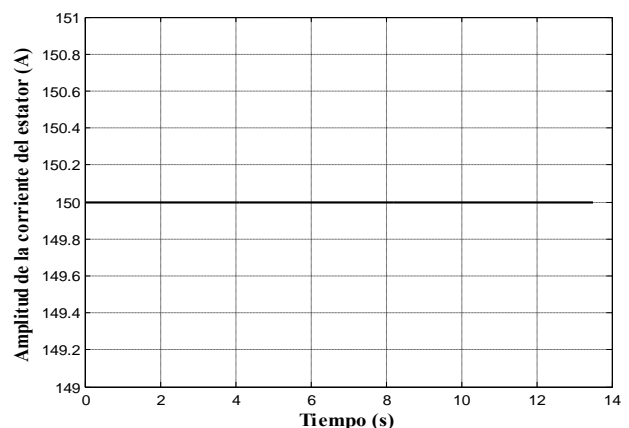


Fig. 4.49. Amplitud de la corriente del estator.

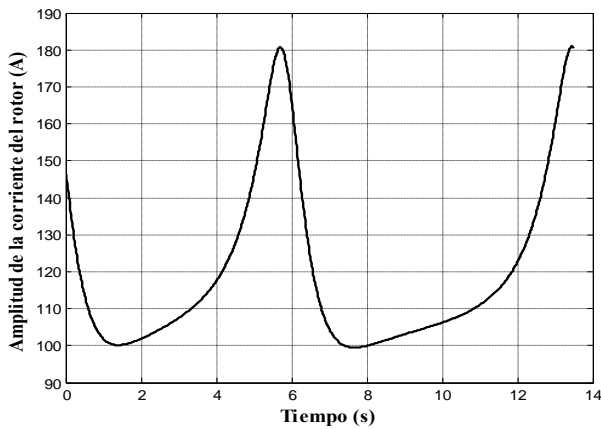


Fig. 4.50. Amplitud de la corriente del rotor.

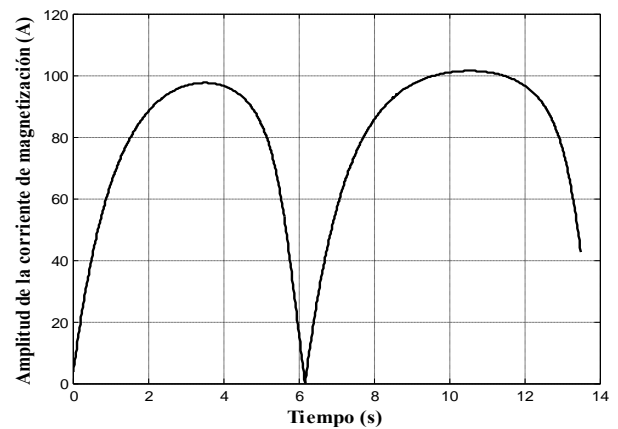


Fig. 4.51. Amplitud de la corriente de magnetización.

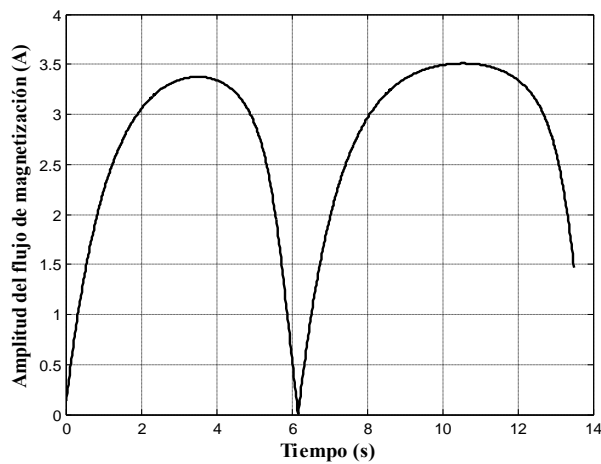


Fig. 4.52. Amplitud del flujo de magnetización.

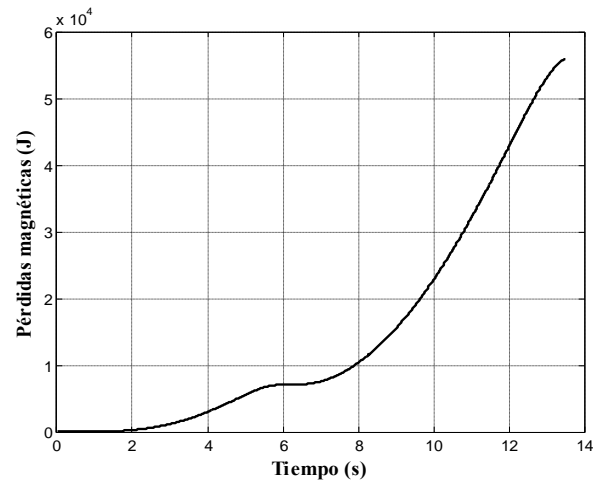


Fig. 4.53. Pérdidas eléctricas.

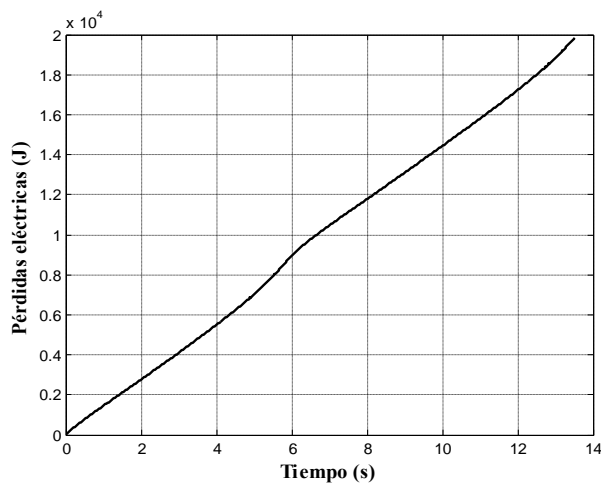


Fig. 4.54. Pérdidas magnéticas.

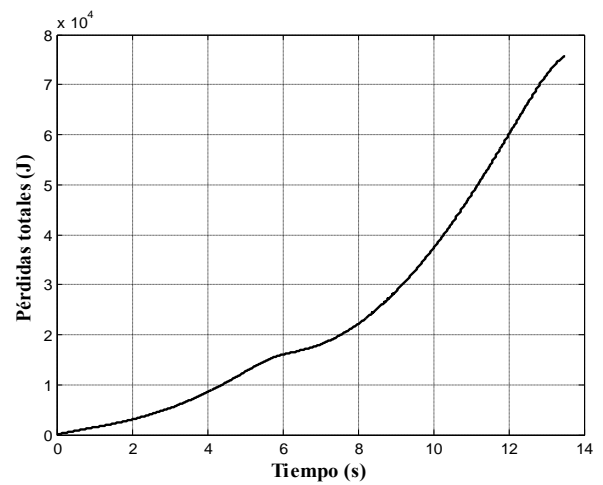


Fig. 4.55. Pérdidas totales.

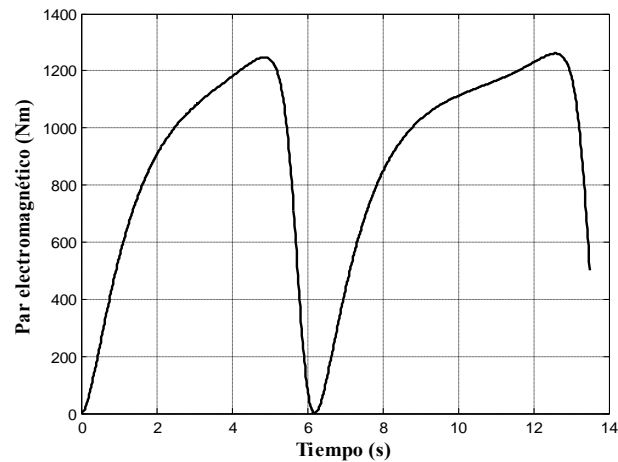


Fig. 4.56. Par electromagnético.

Analizando los resultados de los cálculos y de las simulaciones obtenidos para el motor investigado se puede concluir que:

- El control óptimo que minimiza las pérdidas totales y el tiempo de control mantiene la amplitud de la corriente del estator al valor límite (150A) por todo el tiempo de arranque (ver figura 4.49.).
- El control óptimo garantiza no solamente la minimización de las pérdidas totales y el tiempo de control limitando la amplitud de la corriente del estator, pero también limita la amplitud de la corriente de magnetización – no ocurre la saturación (en la figura 4.51. la amplitud de la corriente de magnetización se mantiene por debajo del valor 141.56A, que es el valor límite para que el material magnético del motor no entre en saturación).
- La combinación seleccionada de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  que dan los aumentos  $\Delta t_r$  y  $\Delta Q_t$  más balanceados es  $\lambda_1=0.27$ ,  $\lambda_2=0.63$  y  $\lambda_3=0.10$ .

#### 4.5.2 Simulación del control con limitación de $i_1^0=300A$

En la simulación se utilizó una limitación de la amplitud de la corriente del estator de  $i_1^0=300A$  que satisface la condición de  $i_1^0 > i_{11}$  (apéndice B). En la tabla 4.6 se muestran las soluciones seleccionadas utilizando el método de Pareto antes mencionado (capítulo 3), por lo que los resultados son soluciones no dominadas. Las soluciones obtenidas para todas las combinaciones propuestas de los coeficiente del índice de optimización se encuentran en el apéndice E.

Tabla 4.6. Resultados de la simulación.

Coeficientes del índice de optimización			Soluciones no dominadas								
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_d$ [J]	$\Delta t_r$ [%]	$\Delta Q_t$ [%]	$i_{om}$	$i_1$
0.02	0.08	0.9	$V_1(0)=-447.9506331917473$	5.156	32415.327	36166.973	68582.301	0.117	1.627	140.62	300
			$V_2(0)=-429.3595515827559$								
			$V_3(0)=-33.9229572032298$								
0.03	0.07	0.9	$V_1(0)=-436.8629476475115$	5.178	32755.49	35122.061	67877.551	0.544	0.583	139.23	300
			$V_2(0)=-385.38178516265$								
			$V_3(0)=-32.12161507052195$								
0.04	0.06	0.9	$V_1(0)=-133.17554464595966$	5.209	33115.103	34467.003	67582.106	1.146	0.145	138.3	300
			$V_2(0)=-186.23775834431805$								
			$V_3(0)=-12.7757198409$								
0.08	0.12	0.8	$V_1(0)=-198.1325395879122$	5.211	33135.628	34435.241	67570.869	1.184	0.128	138.54	300
			$V_2(0)=-445.2362358742405$								
			$V_3(0)=-27.18140807140104$								
0.1	0.1	0.8	$V_1(0)=-429.188730205148$	5.241	33432.103	34076.035	67508.138	1.767	0.035	138.08	300
			$V_2(0)=-415.9360426064357$								
			$V_3(0)=-33.41592949201375$								
0.09	0.21	0.7	$V_1(0)=-409.8367692457917$	5.179	32771.606	35100.277	67871.883	0.563	0.574	139.37	300
			$V_2(0)=-492.0359254274372$								
			$V_3(0)=-35.51031879663768$								
0.12	0.18	0.7	$V_1(0)=-355.686195209141$	5.208	33108.369	34494.5	67602.869	1.126	0.176	138.84	300
			$V_2(0)=-241.5390020012106$								
			$V_3(0)=-24.13938026155842$								
0.2	0.3	0.5	$V_1(0)=-439.2171103099274$	5.205	33078.08	34547.581	67625.662	1.068	0.21	138.99	300
			$V_2(0)=-447.8759982875525$								
			$V_3(0)=-35.2934381155852$								
0	0	1	$V_1(0)=-243.0261370325234$	5.15	32207.8	36813.2	69021	0	2.277	141.39	300
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>		$V_2(0)=-284.465783044638$									
		$V_3(0)=-20.33262192027934$									
0.5	0.5	0	$V_1(0)=-54826.36693713571$	5.242	33436.34	34047.93	67484.27	1.786	0	137.75	300
<b>Minimización de pérdidas totales</b>		$V_2(0)=-46886.06449491937$									
		$V_3(0)=-3996.0750321646650$									

En la tabla 4.6 se presentan las mismas variables de las columnas que en la tabla 4.1 y el aumento del tiempo de arranque  $\Delta t_r$  calculado en relación con el tiempo  $t_r=5.15$ [s] obtenido para el caso de control óptimo en tiempo y el aumento de las pérdidas totales  $\Delta Q_t$  calculado en relación con las pérdidas  $Q_t=67484.27$ [J] obtenidas para el caso de control óptimo que minimiza dichas pérdidas [31] utilizando la limitación de corriente de 300A. El resultado seleccionado en la tabla 4.6 es la combinación de los coeficientes del índice de optimización  $\lambda_1=0.09$ ,  $\lambda_2=0.21$  y  $\lambda_3=0.70$  debido a que presenta un aumento en pérdidas  $Q_t$  y en el tiempo  $t_r$  más balanceado que las demás soluciones mostradas.

Para la solución seleccionada se obtuvieron los siguientes valores iniciales de las variables conjugadas:

$$V_1(0)=409.8367692457917$$

$$V_2(0)=492.0359254274372$$

$$V_3(0)=35.51031879663768$$

A continuación se presentan las gráficas obtenidas de la simulación del arranque óptimo para la combinación de coeficientes antes mencionada.

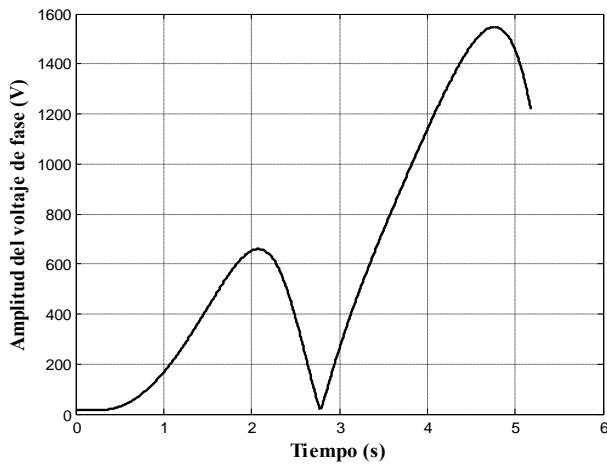


Fig. 4.57. Amplitud del voltaje de fase.

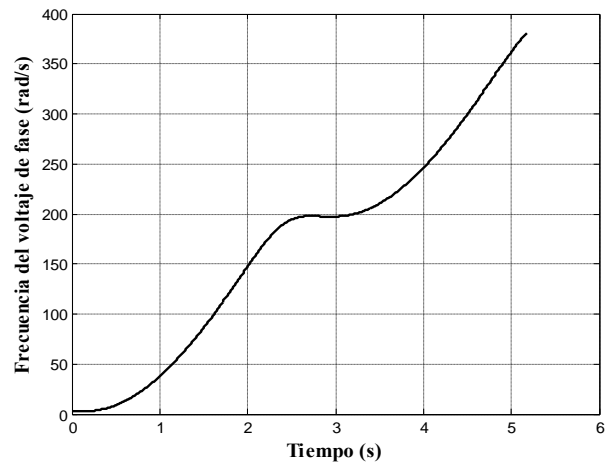


Fig. 4.58. Frecuencia del voltaje de fase.

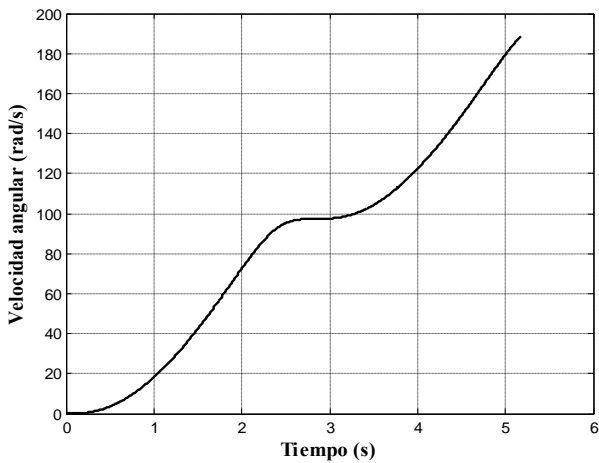


Fig. 4.59. Velocidad angular del motor.

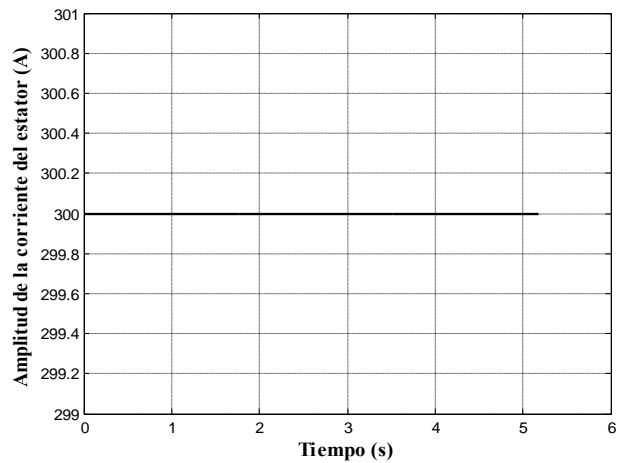


Fig. 4.60. Amplitud de la corriente del estator.

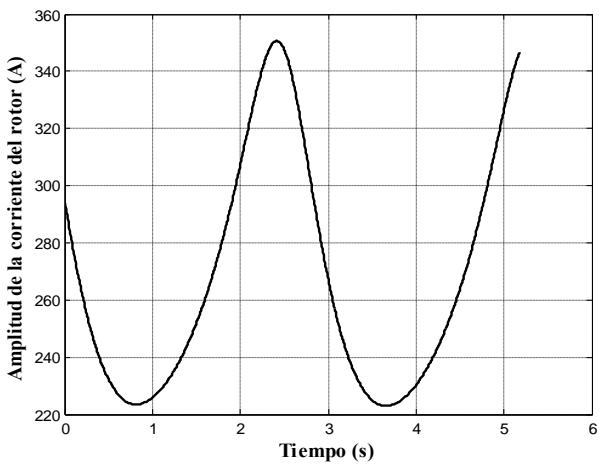


Fig. 4.61. Amplitud de la corriente del rotor.

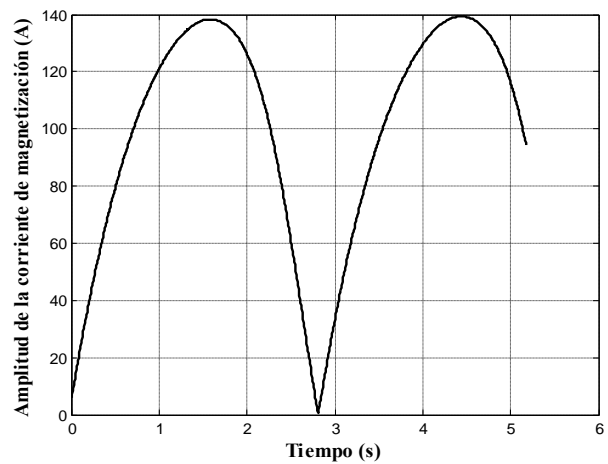


Fig. 4.62. Amplitud de la corriente de magnetización.



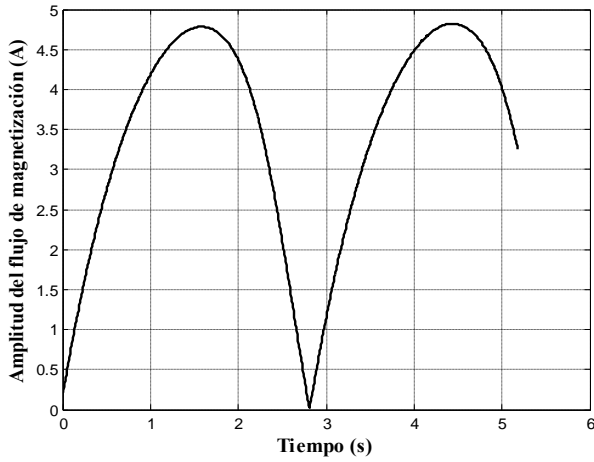


Fig. 4.63. Amplitud del flujo de magnetización.

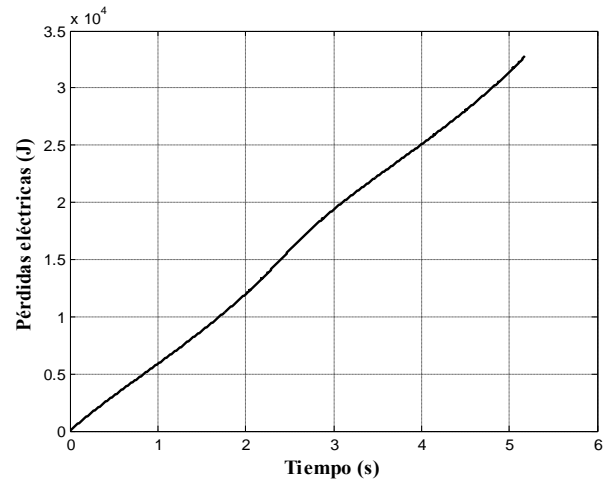


Fig. 4.64. Pérdidas eléctricas.

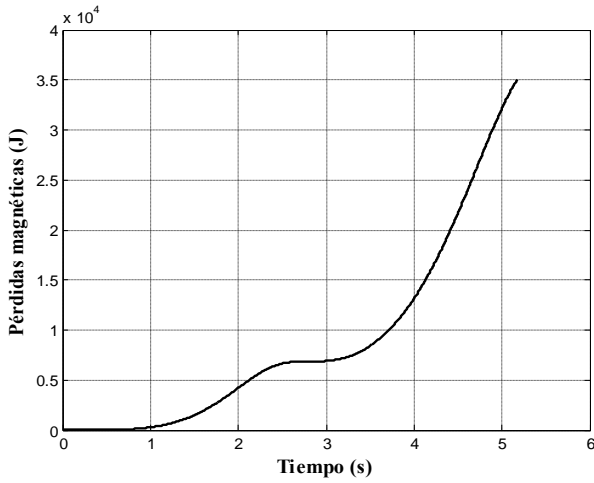


Fig. 4.65. Pérdidas magnéticas.

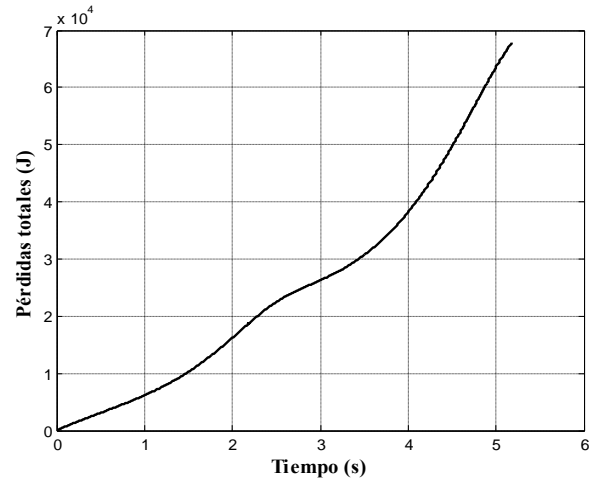


Fig. 4.66. Pérdidas totales.

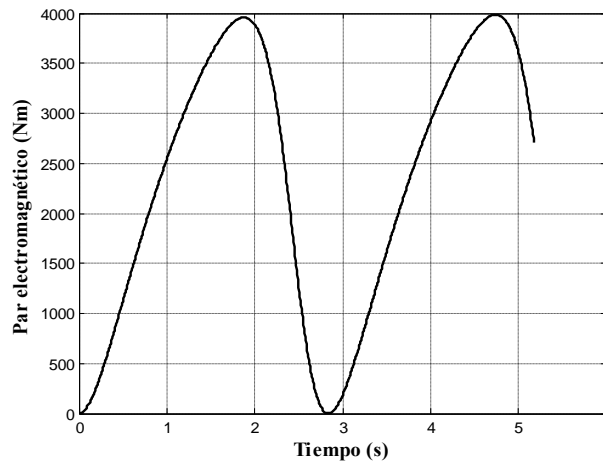


Fig. 4.67. Par electromagnético.



Analizando los resultados de los cálculos y de las simulaciones obtenidos para el motor investigado se puede concluir que:

- El control óptimo que minimiza las pérdidas totales y el tiempo de control mantiene la amplitud de la corriente del estator al valor límite (300A) por todo el tiempo de arranque (ver figura 4.60.).
- El control óptimo garantiza no solamente la minimización de las pérdidas totales y el tiempo de control limitando la amplitud de la corriente del estator, pero también limita la amplitud de la corriente de magnetización – no ocurre la saturación (en la figura 4.62. la amplitud de la corriente de magnetización se mantiene por debajo del valor 141.56A, que es el valor límite para que el material magnético del motor no entre en saturación).
- La combinación seleccionada de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  que dan los aumentos  $\Delta t_r$  y  $\Delta Q_t$  más balanceados es  $\lambda_1=0.09$ ,  $\lambda_2=0.21$  y  $\lambda_3=0.7$ .



---

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1 INTRODUCCIÓN

En este trabajo de tesis se realizó el diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica (pérdidas eléctricas y pérdidas magnéticas) y el tiempo de control, limitando la amplitud de la corriente del estator a un valor deseado. Se utilizaron tres motores de inducción de diferentes potencias (3 H.P., 500 H.P. y 2250 H.P.) para realizar las simulaciones de arranque en vacío.

Para realizar las simulaciones se utilizó el modelo del motor de inducción alimentado por una fuente de corriente, en las simulaciones se considero que la fuente de alimentación es un convertidor de frecuencia de corriente senoidal. Para cada uno de los motores se consideraron dos valores límite de la amplitud de la corriente del estator: un valor que garantiza que no suceda la saturación del material magnético del motor y otro que no lo garantiza.

Se utilizó el principio de máximo de Pontryagin para realizar el diseño del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control. En las simulaciones del control óptimo se utilizaron dos programas escritos en el lenguaje de Fortran 90 los cuales son: algoritmo híbrido de optimización paramétrica (algoritmo híbrido) y el programa de simulación de arranque óptimo (apéndice D).

### 5.2 CONCLUSIONES

Basándose en los resultados obtenidos podemos concluir que:

- Es posible encontrar la descripción matemática general en lazo abierto de control óptimo de velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, pero solamente en la forma implícita. Para determinar el control óptimo en la forma explícita se debe resolver el problema de doble valor en la frontera utilizando un algoritmo de optimización paramétrica.
- La descripción implícita de la variable de control  $\xi$  (al ángulo entre el vector de la corriente del estator y el eje  $d$  de las coordenadas  $d-q$ ) tienen la misma forma para todos los controles óptimos diseñados en este trabajo (ver las formulas (3.12), (3.20), (3.25), (3.31) y (3.37)). Sin embargo los controles explícitos correspondientes a cada uno de los problemas de optimización atacados son diferentes, porque las ecuaciones conjugadas de cada uno de dichos problemas son diferentes.
- Diseñando el control óptimo que minimiza simultáneamente las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control que pertenece a los problemas de optimización multiobjetivo, se obtiene normalmente más de una solución no dominada u óptima en el



sentido de Pareto. El diseñador del control debe entonces escoger una sola solución guiándose por la relación entre las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control.

- Para escoger la solución óptima no dominada se puede utilizar un criterio adicional, que es el equilibrio entre el aumento de las pérdidas totales y el aumento del tiempo de control respecto los valores de dichas pérdidas y del tiempo obtenidos minimizando sus respectivos índices de optimización por separado, es decir, minimizando solamente las pérdidas totales o solamente el tiempo de control.
- Los coeficientes del índice de optimización aceptado (la suma de las pérdidas eléctricas, pérdidas magnéticas y el tiempo de control multiplicados por sus respectivos coeficientes) se debe elegir de tal forma que se abarcan todas las posibles combinaciones de valores admisibles de dichos coeficientes, tomando en cuenta que la suma de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  tiene que ser igual a 1.

Basándose en los resultados de los cálculos y de las simulaciones (ver capítulo 4) del control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control, se pueden sacar las siguientes conclusiones:

- Para el motor de baja potencia (3H.P.) como la solución no dominada más equilibrada desde el punto de vista de aumento de pérdidas totales  $\Delta Q_t$  y del tiempo de control  $\Delta t_r$  se obtuvo el control óptimo en tiempo para la limitación de la amplitud de la corriente del estator que satisficiera la condición  $i_1^0 \leq i_{11}$  con los aumentos  $\Delta Q_t=0.272\%$ ,  $\Delta t_r=0.0\%$  (ver tabla 4.1), mientras que para la limitación de la amplitud de la corriente de estator que satisficiera la condición  $i_1^0 > i_{11}$  como la solución no dominada más equilibrada se puede escoger el control óptimo en tiempo o el control que minimiza solamente las pérdidas eléctricas ( $\Delta Q_t=0.000219\%$ ,  $\Delta t_r=0.0\%$ ) obteniendo para ambos casos los mismos resultados (ver tabla 4.2).
- Para el motor de potencia media (500H.P.) para la limitación de la amplitud de la corriente del estator que satisficiera la condición  $i_1^0 \leq i_{11}$  se obtuvo como la solución no dominada más equilibrada (con los aumentos  $\Delta Q_t=1.268\%$ ,  $\Delta t_r=0.0947\%$ ), el control realizado para la combinación de los coeficientes  $\lambda_1=0.10$ ,  $\lambda_2=0.40$  y  $\lambda_3=0.50$  (ver tabla 4.3), mientras que para la limitación de la amplitud de la corriente del estator que satisficiera la combinación  $i_1^0 > i_{11}$  como la solución más equilibrada se obtuvo el control realizado para la combinación de coeficientes  $\lambda_1=0.72$ ,  $\lambda_2=0.18$  y  $\lambda_3=0.10$  (con los aumentos  $\Delta Q_t=45.58\%$ ,  $\Delta t_r=37.2864\%$ , ver tabla 4.4).
- Para el motor de gran potencia (2250H.P.) para la limitación de la amplitud de la corriente del estator que satisficiera la condición  $i_1^0 \leq i_{11}$  se obtuvo como la solución no dominada más equilibrada (con los aumentos  $\Delta Q_t=7.588\%$ ,  $\Delta t_r=15.458\%$ ), el control realizado para la combinación de los coeficientes  $\lambda_1=0.27$ ,  $\lambda_2=0.63$  y  $\lambda_3=0.10$  (ver tabla 4.5), mientras que para la limitación de la amplitud de la corriente del estator que satisficiera la condición  $i_1^0 > i_{11}$  como la solución más equilibrada se obtuvo el control



---

realizado para la combinación de los coeficientes  $\lambda_1=0.09$ ,  $\lambda_2=0.21$  y  $\lambda_3=0.7$  (con los aumentos  $\Delta Q_i=0.574\%$ ,  $\Delta t_i=0.564\%$ , ver tabla 4.6).

### 5.3 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

A continuación se exponen posibles líneas de investigación para el futuro desarrollo que tienen relación con la presente tesis:

- Diseñar el control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control para otras combinaciones de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  que dan las soluciones no dominadas más equilibradas partiendo de los resultados obtenidos en este trabajo.
- Diseñar el control óptimo de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control considerando diferentes valores de carga del motor de inducción.
- Utilizar otros métodos de optimización vectorial (multiobjetivo) como por ejemplo el método de la función de distancia o el método de algoritmo genético de poblaciones múltiples, ya que en este trabajo se utilizó el método de la función pesada, y comparar los resultados obtenidos con los obtenidos en la tesis.
- Realizar la implementación física de control óptimo diseñado en esta tesis y comparar los resultados obtenidos de la implementación física con los resultados de este trabajo (simulación) para poder validar el control óptimo de este trabajo.



## REFERENCIAS

- [1] Aguilera J., “Puesta en Operación de un Sistema de Tracción para un Vehículo Eléctrico”, Tesis de Maestría de CENIDET, pag. 27-28, 2010.
- [2] José Manuel Aller, “Máquinas Eléctricas Rotativas: Introducción a la Teoría General”, Universidad Simón Bolívar, Departamento de Conversión y Transporte de Energía, pag. 193-200, edt. Equinocio, 2007.
- [3] Bose, B.T., “Modern Power Electronic And Drive”, Edt Pearson Educación, India 2002.
- [4] Mohan N., “Electric Drive – And Integrative Approach, Mn. Pere USA 2001.
- [5] Vas P., “Vector Control of AC Machines” , Calderon. Pr., USA 1998.
- [6] Camilo Andrés Cortes, Win Deprez, Johan Driesen, “Determinación de Pérdidas Eléctricas en Motores de Inducción: Modelados eléctricamente con el método de elemento finito,” Revista de Ingeniería e Investigación, Vol. 28, No. 3, pag. 64-74, Diciembre 2008.
- [7] Lu Xianliang, Wu Hanguang, “Maximum efficiency control strategy for induction machine”, Electrical Machines and systems, 2001 ICEMS 2001, Proceedings of the fifth International Conference en Published, Vol. 1, pag. 98-100, 2001.
- [8] Leszek Kawecki, Tadeusz Niewierowicz, “Control Óptimo en Tiempo de Velocidad de Motores de Inducción Tomando en Consideración Transitorios Electromagnéticos y Saturación del Material Magnético”, RVP 97 , 13 al 18 de Julio de 1997.
- [9] Karla Idania Aguirre Molar, “Estudio de Control Óptimo de Motores de Inducción con la Saturación del Material Magnético,” Tesis de Maestría de la SEPI – ESIME - IPN, México D.F, 2006.
- [10] Leszek Kawecki, Tadeusz Niewierowicz, Isaac Galicia Gutiérrez, “Minimización del Tiempo y de las Pérdidas de Energía Eléctrica en el Control de Velocidad de Motores de Inducción”, Memoria de 12º Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, México D.F., 8 – 12 de Noviembre de 2010.
- [11] L. Kawecki, “Pérdidas Magnéticas en el Arranque de Motores de Inducción Óptimo para Minimizar las Pérdidas en el Cobre”, Memoria de "4r Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas", S.E.P.I.-E.S.I.M.E.-I.P.N., num. 1, vol. 1, pag. 302-308, México D.F. 9-13 Noviembre de 1998.
- [12] L. Kawecki, T. Niewierowicz, “Diseño de Controlador de Velocidad de Motores de Inducción que Minimiza las Pérdidas Magnéticas”, Memoria de Noveno Congreso Nacional de Máquinas Rotatorias y Octavo Symposium Internacional de Ingeniería Eléctrica auspiciado por la Asociación Mexicana de Ingenieros Mecánicos y Eléctricos A.C. Sección Veracruz, num. 1, vol. 1, páginas 1–15, Veracruz México - Septiembre 29 – Oct. 1 de 1999.



- 
- [13] L. Kawecki “Controlador Óptimo de Velocidad de Motores de Inducción que Minimiza las Pérdidas Magnéticas y Eléctricas”, Memoria de Conferencia Internacional IEEE Sección México, Capítulo de Potencia, Decimotercera Reunión de Verano, num. 1, vol. 1, pag. 30-36, 09-14 de Julio 2000, Acapulco Gro., México.
- [14] Isaac Galicia Gutiérrez, Leszek Kawecki, Tadeusz Niewierowicz, “Minimización de las Pérdidas de Energía Eléctrica y el Tiempo de Control Durante el Arranque de Motores de Inducción se Diferentes Potencias”, IEEE Vigésimocuarta RVP-AI ACAPULCO, 2011.
- [15] Shigeo Morimoto, Yi Tong, Yoji Takeda y Taka0 Hirasa, “Loss Minimization Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Drives”, IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. 41, No. 5, pag. 511-517, Octubre 1994.
- [16] E. Mendes, A. Baba, A. Razek, “Losses Minimization of a field controlled induction Machine”, Electrical Machines and Drives”, IEE Conference Publication No. 412, pag.11-13, Septiembre 1995.
- [17] Ordanis Kioskeridis, Nikos Margaris, “ Loss Minimization in Induction Motor Adjustable-Speed Drives”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 1, pag. 226-231, febrero 1996.
- [18] Fidel Fernández-Bernal, Aurelio García Cerrada, Roberto Faure, “Model-Based Loss Minimization for DC and AC Vector-Controlled Motors Including Core Saturation”, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 3, pag. 755-763, may/june 2000.
- [19] Sheng Ming Yang, Feng Chieh Lin, “Loss-Minimization Control of Vector-Controlled Induction Motor Drives” IEEE PEDS-INDONESIA, pag. 182-187, 2001.
- [20] C. M.Vega, J.R. Anibas, J. Herrero, “Optimal-Time Control of Squirrel Cage Induction Motors with Constant Load Torque”, IEEE, pag. 2039-2044, España 2002.
- [21] Nicola Bianchi, Silverio Bolognani, Mauro Zigliotto, “Time Optimal Current Control For PMSM Drives”, IEEE, pag. 745-750, 2002.
- [22] M. Cacciato, A. Consoli, G. Scarcella, G. Scelba, A. Testa, “Efficiency Optimization Techniques via Constant Optimal Slip Control of Induction Motor Drives”, IEEE International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, pag. 32-43, 2006
- [23] Abdelhakin Haddoun, Mohamed El Hachemi Benbozid, Demba Diallo, Rachid Abdessemed, Damel Ghauili, Kanel Srairi, “A loss Minimization DTC Scheme from EV Induction Motor”, IEEE Transaction on Vehicular technology, Vol. 56, No. 1, January 2007.
- [24] Jerkovic Vedrana, Spoljaric Zeljko, Valter Zdravko, “Optimal Control of Induction Motor Using High Performance Frequency Converter”, IEEE 13th International Power Electronics and Motion Control Conference, pag. 690-694, 2008.
- [25] Lingshun Liu, Kai Zhang, Shutuan Zhang, “Optimal Efficiency Control of Induction Motor with Core Loss”, IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices Chengdu, China, pag. 180-182, September 25-27, 2009.
-



- [26] Amr M. A. Amin, Mohamed I. El Korfally, Abdallah A. Sayed, Omar T. M. Hegazy, "Efficiency Optimization of Two-Asymmetrical-Winding Induction Motor Based on Swarm Intelligence", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 24, No. 1, pag. 12-19 Marzo 2009
- [27] Eleftheria S. Sergaki, "Motor Flux Minimization Controller based on Fuzzy Logic Control for DTC AC Drives", IEEE XIX International Conference on Electrical Machines, Roma 2010.
- [28] Chuanfu Jin, Yanguang Sun, Qinghai Fang, "Decoupling Control of Induction Motors based on Nonlinear Optimal Predictive Control", 2010 8th IEEE International Conference on Control and Automation Xiamen, China, pag. 1048-1052, 9-11 Junio del 2010.
- [29] I. Daut, K. Anayet, N. Gomesh, M. Asri, Syatirah, M. Muzhar, "Core Loss Measurements of Three Phase AC Induction Motor", IEEE The 4th International Power Engineering and Optimization Conf. Shah Alam, Selangor, Malasia, pag. 78-81, 23-24 June 2010.
- [30] Lázaro E. Castillo Barrera, "Estudio de control Óptimo de Motores de Inducción con Alimentación Senoidal", Tesis de Maestría de la SEPI – ESIME - IPN, México D.F, 2004.
- [31] Daniel Pérez Jiménez, "Diseño del Control Óptimo de la Velocidad de Motores de Inducción que Minimiza las Pérdidas de Energía Eléctrica", Tesis de Maestría de la SEPI – ESIME - IPN, México D.F, 2008.
- [32] María de Jesús, Vallejo Fernández, "Motores de Corriente Alterna", Universidad de la Laguna, pag. 8-10, 2005.
- [33] Jerkovic Vedrana, Spoljaric Zeljko, "Optimal on Inducción Motor Using High Performance Frecuency Converter", IEE, 13<sup>th</sup> International Power Electronics and Motión Control Conference CEPE-PEMC, pag. 690-694, 2008.
- [34] B. Skalick, J Grilec, "Electrical Machines and Drives FSB", University of Zagreb-Croatia, pag. 337-407, 2005.
- [35] Luigi Van Fretti F., "Modelo y Simulación de la Máquina Síncrona y su Operación en el Sistema de Potencia", Univesidad de San Carlos de Guatemala, pag. 41, Mayo 2005.
- [36] Sarma M.S., "Synchronous Machines: Their Theory, Satability an Exitación", Northeaster University, pag 235-236, 1986.
- [37] Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scout D. Sudhoff, "Analysis of Electric Machinery and Drive Systems", IEE press and Wiley Intersciencie 2000.
- [38] Oscar A. Barraza, "Optimización Dinámica", Universidad Nacional de la Plata, Pag. 2-10, Argentina 2004.
- [39] Sandler A.S., Sarbatov R.S., "Frequency Control of Asynchronous Motors", (en ruso). Energía, Moscú 1966.
- [40] Kovac K.P., Rac J., "Transitory Processes in AC machinery", (en Ruso), Energía, Moscow 1963.
- [41] Schreiner R.T., Gildebrand A.P., "Frequency Time-Optimal Speed Control of Induction Motors in the Closed Loop Systems", (en ruso), Energía, Electrichestvo, pag. 10, 1973.
- [42] Diego Langarica Córdoba, "Control de un Motor de Brushles para aplicación de Vehículos Eléctricos", Cenidet, pag. 23-26, 13 Octubre de 2010.





- [43] George Mc Pherson, "Introducción a Máquinas Eléctricas y Transformadores", edit Limusa, 1987.
- [44] Luis Antonio Guardiola del Cabo, "Análisis de la norma IEC 600 34-2-1 Aplicación en la Determinación de las Pérdidas y el Rendimiento de Motores de Inducción Trifásicos", Ingeniería Especializada – Ingeniería Técnica Industrial, 2008.
- [45] Fitzgerald, A. E., "Electric Machinery", Mc Graw Hill Book Company 4a. Edición. 1985.
- [46] L. Kawecki, T. Niewierowicz, "Pérdidas Magnéticas durante el Arranque Ordinario de Motores de Inducción", Memoria de "1er Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas", S.E.P.I.-E.S.I.M.E.-I.P.N., núm. 1, vol. 1, pag. 42 – 47, México D.F del 11-15 Noviembre de 1996.
- [47] Turowki. "Electrodinámica Técnica (en polaco), edt. W.N.T, Varsovia 1993.
- [48] Murphy J.M.D., Turnbull F.G., "Power Electronic Control of AC Motors", Pergamon Press 1988.
- [49] Eugen. A Klingshirn, Howard E. Jordan, "Polyphase Induction Motor Performance and Losses on Nonsinusoidal Voltage Source," IEEE Transacción on Power Apparatos and Systems, vol 3, pag. 87 – 93 , March 1968.
- [50] L. Kawecki, T. Niewierowicz, "Pérdidas Magnéticas en el Arranque Óptimo en Tiempo de Motores de Inducción", Memoria de Conferencia Internacional IEEE Sección México, Capítulo de Potencia, Duodécima Reunión de Verano, num. 1, vol. 2, pag. 105-111, Acapulco Gro. México, 11-16 de Julio 1999.
- [51] Leszek Kawecki, Lázaro Eduardo Castillo Barrera, "Influencia de la Forma Escalonado del Voltaje de Alimentación en las Pérdidas Magnéticas Generadas Durante el Arranque Óptimo en Tiempo del Motor de Inducción", Científica, vol. 8 núm. 3, pp 107-115, ESIME-IPN ISSN 1665-0654.
- [52] Athans M., Falb P.L., "Optimal Control", McGraw-Hill 1966.
- [53] Tou Y. I. "Modern Control Theory", Ed. Mc Graw Hill International 1975.
- [54] P.A Golovinski, "Pontryagin Maximum Principle for Quantun Time Optimun Problem" IEEE, pag. 710-712, 2005.
- [55] Salukwadze M.E., "Problemas de Optimización Vectorial en la Teoría de Control", (en ruso), Ed. Miecniereba, Tblisi 1975.
- [56] Kawecki L. apéndice E, "Algoritmo Híbrido de Optimización Paramétrica", Memoria de 5° Conferencia Internacional sobre Simulación por Computadora, Universidad Panamericana, Instituto Mc Leod de las Ciencia de Simulación, núm. 1, vol. 1, pag. 65-72, México DF febrero 16-18 de 2000.
- [57] Nicolas J. Scenna, "Modelado y Simulación de Procesos Químicos", pag. 435-436, 1999.
- [58] Leonardo Colombo, "Control Óptimo de Sistemas Mecánicos Actuados: una Aproximación Geométrica", Universidad Nacional de la Plata, pag. 3-12, Argentina 2009.
- [59] Gullermo Ferryra , "Control Óptimo Determinista Vía Programación Dinámica", Lousiana State University, Divulgaciones Matemáticas Vol.7 , pag. 167-185, 1999.



- [60] L. Kawecki, “Arranque Optimo en Frecuencia de Motores de Inducción Mediante Sistemas de Control de Retroalimentación que Limitan la Corriente del Estator para Minimizar Simultáneamente Pérdidas de Energía Eléctrica y el Tiempo de Arranque”, Memoria de la Conferencia Internacional IEEE Sección México, México 80, México D.F. - Oct. 1980.
- [61] L. Kawecki, “Arranque en Frecuencia, Optimo en Tiempo de Motores de Inducción con Limitación de la Corriente del Estator”, Acta Mexicana de Ciencia y Tecnología, Vol.V, Nms.18-19, Abril–Sept. 1987.
- [62] A.S. Sandler,R.S. Sarbatov, “Control en Frecuencia de Motores de Inducción”, Ed. Energía, Moscú 1966.
- [63] Pablo Vargas Prudente, “Ahorro de Energía en Motores Eléctricos”, colección de textos Politécnicos, serie Electrotécnica, LIMUSA Noriega, Editores, México 1997.
- [64] L. Kawecki, T. Niewierowicz, D. Pérez Jiménez, “Minimización de las Pérdidas Eléctricas y Magnéticas Durante el Control de Velocidad de Motores de Inducción”, Memoria de 10° Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, IPN-ESIME-ZACATENCO-SEPI, pag. 1-7, 26 – 30 de Noviembre de 2007, México.
- [65] M. A. Tecualt Nava, ”Factibilidad de Controles Subóptimos en Tiempo de Velocidad de Motores de Inducción”, Tesis de Maestría, ESIME - SEPI – IPN, pag. 24-29, 1999.
- [66] L.S. Pontryagin and V.G. Boltyansk, “The Mathematic Theory of Optimal Processes”, Interscience Publish, John Wiley y Suns, 1967.
- [67] D. O Kell and S. Simmons, “Introduction Generalized Electrical Machine Theory”, M Graw-Hill, pag. 247-248, 1968.
- [68] Rutkowska D., Pilinski M., Rutkowski L., “Neural Networks, Genetic Algorithms and Fuzzy Systems”, PWN Scientific Publisher, Warsaw, Polonia 1997.
- [69] Rutkowska D., M.Pilinski, L. Rutkowski, “Sieci Neuronowe, Algorytmy Genetyczne i Systemy Rozmyte”, PWN, pag. 411, 1997.
- [70] David E. Goldberg “Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning”, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1989.
- [71] David W. Corne, Joshua D. Knowles, and Martin J. Oates, “The Pareto Envelope-Based Selection Algorithm for Multiobjective Optimization”, Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference, pag. 839-848, France 2000.
- [72] Zitzler E., “Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications”, PhD thesis, ETH Zrich 1999.



---

# APÉNDICE A

## CONTROL ÓPTIMO

### A.1 INTRODUCCIÓN

El concepto de optimización data de tiempos inmemorables y fue incluido en la empresa cuando el mercado comprador que caracterizó las primeras décadas de la revolución industrial comenzó a transformarse hasta convertirse en el mercado vendedor fuertemente competitivo de nuestros días. Se puede definir como optimización al proceso de seleccionar, a partir de un conjunto de alternativas posibles, aquella que mejor satisfaga el o los objetivos propuestos. Para resolver un problema de optimización se requieren dos etapas principales [57]:

- Formulación del modelo matemático.
- Resolución y validación del modelo matemático.

La formulación del modelo matemático no es un procedimiento formal estructurado, sino más bien es un proceso que requiere de experiencia. Una vez generado el modelo la etapa siguiente es resolver y validar dicho modelo.

El control óptimo es una técnica matemática usada para resolver problemas de optimización en sistemas que varían en el tiempo (continua o discretamente) y que son susceptibles de ser influenciados externamente. Una vez que el problema ha sido resuelto el control óptimo nos da una senda de comportamiento para las variables de control, es decir, nos indica que acciones se deben seguir para poder llevar a la totalidad del sistema de un estado inicial a uno final de forma óptima o a alcanzar el objetivo inicialmente prediseñado[58].

### A.2 OPTIMIZACIÓN DINÁMICA

La finalidad de la optimización dinámica radica en determinar la existencia, y eventualmente el cálculo, de los valores de ciertas variables, llamadas variables de estado, consideradas como funciones de otras variables (por ejemplo, el tiempo y/o variables llamadas variables de control), que producen valores óptimos (máximos o mínimos, según sea el caso) de cierta cantidad de estudio llamada funcional objetivo durante cierto intervalo temporal. Brevemente, un funcional real es una función a valores reales que tiene por argumento a funciones de variable(s) real(es). A modo de ejemplo podemos mencionar como funcionales la longitud de arco de curva, el área del gráfico de una función de dos variables reales, la energía de un sistema físico, las coordenadas del centro de gravedad de una curva o superficie, etc [38].

Para poder resolver el problema de optimización dinámica se debe conocer el modelo matemático del objeto de control. El modelo que describe el comportamiento del objeto de

control se expresa en ecuaciones de espacio de estado, que es una de las varias formas posibles de descripción de los sistemas dinámicos:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \tag{A.1}$$

con las condiciones iniciales  $x(t_0) = x_0$  dadas, donde  $t_0$  es el tiempo inicial, comúnmente  $t_0 = 0$ ,  $t$  es el tiempo.

El objeto de control se puede representar en forma de un bloque como el mostrado a continuación.

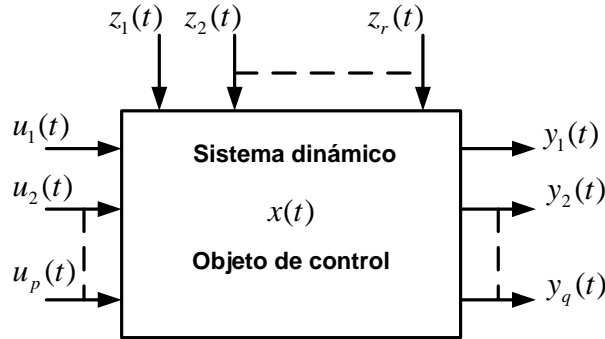


Fig. A.1. Control óptimo en el sistema abierto.

Donde:

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_p(t) \end{bmatrix}$$

Es el vector de las variables de entrada (de control), de orden  $p$  (se puede influir directamente en los cambios en el tiempo de los valores de estas variables).

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_q(t) \end{bmatrix}$$

Es el vector de las variables de salida, de orden  $q$ , (las variaciones en el tiempo de los valores de estas variables dependen de las variables  $u(t)$  y de las variables  $z(t)$ , las variables  $y(t)$  se pueden medir).

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \vdots \\ z_r(t) \end{bmatrix}$$

Es el vector de perturbaciones, de orden  $r$  (las variaciones en el tiempo de estas variables son aleatorias, no se puede influir en ellas, a lo más se puede medir los valores de algunas de estas perturbaciones).

$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$  Es el vector de estado de orden  $n$ ,  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ , .....  $x_n(t)$ , son las variables de estado, siendo internas al objeto de control.

Las limitaciones para las variables de control, están dadas en forma general como las desigualdades siguientes:

$$g_i(u) \leq 0; \quad 1, \dots, p \quad (\text{A.2})$$

Donde  $g_i$  son las funciones en general no lineales.

En algunos casos particulares las limitaciones están dadas en forma explícita:

$$\left. \begin{array}{l} a_i \leq u_i \leq b_i; i = 1, \dots, p \\ |u_i| \leq M_i; i = 1, \dots, p \end{array} \right\} \quad (\text{A.3})$$

Donde  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $M_i$  son constantes dadas. Marcando por  $D_u$  el conjunto de controles que cumplen con las limitaciones (A.2) y (A.3), a este conjunto se reconoce como conjunto de los controles admisibles.

El índice de optimización (criterio de optimización), en el caso general es una funcional que se expresa de la siguiente manera:

$$Q(u) = \Theta(x(t_r), t_r) + \int_0^{t_r} f_0(x, u, t) dt \quad (\text{A.4})$$

donde:

$t_r$ : es el tiempo de control (determinado dependiendo del tipo de problema de optimización) necesario para trasladar el objeto de control de estado inicial dado  $x_0$  al estado final descrito en la forma directa (explícita)  $x(t_r)$  o en la forma implícita como las restricciones:

$$\varphi(x(t_r), t_r) = 0 \quad (\text{A.5})$$

donde:

$\varphi$ : es el vector de restricciones,  $\varphi_1, \dots, \varphi_h$  ( $h \leq n$ ) son funciones generalmente no lineales.

El estado final puede ser determinado o no, dependiendo del tipo de problema de optimización.

$\Theta(x(t_r), t_r)$ : es una función definida del estado final  $x(t_r)$  y del tiempo final  $t_r$  (de control), derivable respecto a sus argumentos.

$f_0(x, u, t)$ : es una función escalar continua y derivable respecto de las variables de estado, llamada función de pérdidas instantáneas.

Para el caso de minimización del tiempo de control  $t_r$ , se deben de cumplir las siguientes igualdades:

$$\left. \begin{aligned} \theta \quad x(t_r), t_r = 0 \\ f_0(x, u, t) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (A.6)$$

Entonces el índice de optimización tiene la siguiente forma:

$$Q(u) = t_r \quad (A.7)$$

El control óptimo puede ser realizado en el sistema abierto o en el sistema cerrado [31]. El problema de la búsqueda del control óptimo en el sistema abierto se denomina síntesis del control (Fig. A.1). La síntesis del control óptimo consiste en la búsqueda de la forma de variación del control  $u(t)$  como función del tiempo, que controla al sistema descrito por las ecuaciones (A.1) de tal manera que el índice de optimización (A.4 o A7) obtienen su valor extremo y simultáneamente el control  $u(t)$  es el control admisible, que cumple las condiciones A.2 o A.3, trasladando el sistema A.1 del estado inicial  $x_0$  al estado final  $x(t_r)$  en un tiempo  $t_r$ .

El problema de la búsqueda del control óptimo en el sistema cerrado se llama el problema de la síntesis del control óptimo de estado. Se busca el control  $u(x, t)$  que es una función del tiempo y de las variables de estado ver figura A.2.

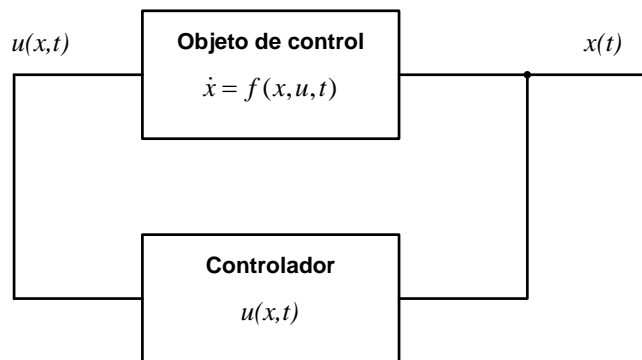


Fig. A.2. Control óptimo en sistema cerrado.

El problema de la síntesis del control óptimo independiente del tiempo en la forma explícita  $u(x, t)$  se llama problema de la síntesis del controlador óptimo sin inercia. Generalmente la síntesis del controlador óptimo sea con o sin inercia es el problema más difícil para resolver que el problema de la síntesis del control óptimo en lazo abierto.

Independientemente del tipo de problema de optimización dinámica y del tipo de control óptimo y desde el punto de vista de las matemáticas se tiene que resolver un problema de cálculo de variaciones, en la mayoría de los casos reales, no típicos.

Para resolver este tipo de problemas se utilizan diversos métodos mencionados a continuación:

- El método de las ecuaciones de Euler y su generalización en forma de método de los multiplicadores de Lagrange.
- El método de principio de máximo de Pontryagin.
- El método de programación dinámica de Bellman.

En este trabajo se utiliza el método de principio de máximo de Pontryagin para el control de la velocidad de los motores de inducción que minimiza las pérdidas de energía eléctrica y el tiempo de control en lazo abierto.

### A.3 MÉTODO DE PRINCIPIO DE MÁXIMO DE PONTRYAGIN

En 1959, L.S. Pontryagin, presentó condiciones necesarias del control óptimo, las cuales han sido llamadas *Principio del Máximo de Pontryagin*, para el problema de optimización determinado por (A.1) y (A.4). Este resultado se establece bajo ciertas condiciones para la dinámica  $f$  y la familia de controles  $U$ , que si  $u(t)$  es un control óptimo y  $x(t)$  es la solución de (A.1) que corresponde a  $u(t)$ , entonces existen una constante  $V_o \leq 0$  y una función vectorial  $\phi$ , tales que el vector  $(V_o; \phi)$  no es idénticamente nulo,  $\phi$  es absolutamente continua y [59]

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\partial H}{\partial \phi}(x(t), u(t), \phi(t)) \\ \dot{\phi}(t) &= -\frac{\partial H}{\partial x}(x(t), u(t), \phi(t)) \\ H(x(t), u(t), \phi(t)) &= \max_{u \in U} H(x(t), u(t), \phi(t)) \end{aligned} \right\} \quad (A.8)$$

donde el Hamiltoniano  $H$  esta dado por:

$$H(x, u) = V_o f_0(x, u) + \phi \bullet f(x, u) \quad (A.9)$$

Aquí  $\phi \bullet f$  denota el producto interno de  $\phi$  y  $f$ . Para algunos problemas especiales de control el principio de máximo de Pontryagin enunciado arriba no aporta suficiente información para resolver el problema de control óptimo. Problemas de este tipo son los descritos como *problemas de control óptimo singulares* y que han emergido en varias especialidades de ingeniería, ciencias básicas, finanzas, etc.

Un control óptimo se dice *singular* si el determinante  $\det(H_{uu})$  se anula en todo punto a lo largo de la trayectoria óptima. En caso contrario, el control óptimo se dice no singular. En particular, si el Hamiltoniano  $H$  es lineal con respecto a una o más de las funciones componentes del control, entonces dicho problema resulta ser singular.

Un procedimiento general para resolver el problema de optimización con base en el principio de máximo de Pontryagin es el siguiente [66]:

- Identificar el objeto de control, es decir, se busca la descripción matemática del objeto en forma de ecuaciones de estado.
- Determinar el índice de optimización en la forma de una funcional (ver ecuación A.4).
- Determinar las limitaciones para el control y eventualmente para las variables de estado.
- Basándose en la descripción matemática del objeto de control y del índice de optimización se crea el Hamiltoniano  $H$ .

La forma equivalente y más utilizada para el Hamiltoniano es la siguiente:

$$H(x, V, t) = -f_0(x, u, t) + \sum_{i=1}^n V_i(t) f_i(x, u) \quad (\text{A.10})$$

Donde por comodidad se su pone que  $V_o=-1$ , esto se debe a que  $V_o(t_r)$  en los problemas de optimización es más frecuentemente el signo negativo.

- Buscar el control óptimo que maximiza el Hamiltoniano en la forma implícita  $u_{opt} = u(x, V, t)$ , donde  $x$  son las variables de estado,  $V$  son las variables conjugadas con las variables de estado que satisfacen las ecuaciones conjugadas:

$$\dot{V} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (\text{A.11})$$

- Resolver el sistema de cauciones canónico (las ecuaciones de Hamiltoniano) compuesto por las ecuaciones de estado y las ecuaciones conjugadas:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \frac{\partial H}{\partial V} \\ \dot{V} &= -\frac{\partial H}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.12})$$

Para determinar el control óptimo en el sistema abierto de control ( $u_{opt}(t)$ ) se debe conocer las condiciones iniciales de las variables conjugadas  $V(0)$ , las que no se conocen. Para determinar estas condiciones se puede aprovechar las condiciones iniciales de las variables de estado  $x(0)$  y eventualmente las condiciones finales de las variables conjugadas  $V(t_r)$ , determinadas de las condiciones finales de las variables de estado  $x(t_r)$  (problema de doble valor a la frontera).





- En el punto final  $t_r, x(t_r)$  se satisfacen las ecuaciones de transversabilidad:

$$\left. \begin{aligned} V(t_r) = V_{opt}(t_r) &= V_0 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_{opt} \\ t=t_r}} \\ H(t_r) = H_{opt}(t_r) &= -V_0 \frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{t=t_r} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.13})$$

# APÉNDICE B

## DETERMINACIÓN DEL VALOR LÍMITE $i_{11}$ DE LA AMPLITUD DE LA CORRIENTE DEL ESTATOR DURANTE EL CONTROL ÓPTIMO DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA SIMULTÁNEAMENTE LAS PÉRDIDAS TOTALES Y EL TIEMPO DE CONTROL

### B.1 MODELO SIMPLE DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Para diseñar el controlador óptimo de velocidad del motor de inducción se acepta un modelo matemático de este motor creado bajo las siguientes suposiciones [60]:

- 1) La fuente que alimenta al motor de inducción es un convertidor de frecuencia de corriente, simétrico y senoidal.
- 2) El motor de inducción es simétrico de rotor liso.
- 3) Las resistencias e inductancias son constantes.
- 4) El motor opera en la parte lineal de su curva de magnetización.
- 5) Se desprecian los transitorios electromagnéticos.

Bajo estas suposiciones el movimiento mecánico del motor se describe por la ecuación siguiente [46,61]:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{p}{J\omega_n} (M_e - M_o) \quad (\text{B.1})$$

donde:

$v = \frac{\omega_r}{\omega_n}$  es la velocidad relativa de la flecha del motor.

$p$  es el número de pares de polos.

$\omega_n$  es la frecuencia angular nominal de la corriente de estator.

$J$  es par de inercia del rotor.

$M_o$  es el par de la carga.

$M_e$  es el par electromagnético de motor:

$$M_e = \frac{3pR_2' X_o'^2 i_1^2}{2\omega_n} \frac{\beta}{R_2'^2 (X_o' + X_2'^2)^2 \beta^2} \quad (\text{B.2})$$

donde:

$\beta$  es el deslizamiento relativo.

$R_2'$  es la resistencia del devanado del rotor referido al circuito de estator.

$X_2'$  es la reactancia a la frecuencia nominal de la corriente del estator, de dispersión del devanado del rotor referido al circuito de estator.

$X_o$  es la reactancia de magnetización del motor de doble fase equivalente a la frecuencia nominal de la corriente del estator.

$i_1$  es la amplitud de la corriente del estator.

La amplitud de la corriente de magnetización  $i_o$  se puede expresar en función de  $i_1$  en la forma siguiente [60]:

$$i_o = i_1 \sqrt{\frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2}} \quad (B.3)$$

Las pérdidas en el cobre se describen por [11]:

$$Q_e = \frac{3}{2} \int_0^{t_r} i_1^2 \left[ R_1 + R_2' X_o^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 (X_o + X_2')^2 \beta^2} \right] dt \quad (B.4)$$

donde:

$Q_e$  son las pérdidas en el cobre.

$t_r$  es el tiempo de control.

$R_1$  es la resistencia del devanado de una fase del estator.

Las pérdidas magnéticas se describen por [50,62,64]:

$$Q_m = \frac{B_m^2}{i_{o\max}^2} \int_0^{t_r} i_1^2 \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2} \left[ \begin{aligned} &A_z M_m \omega_n^2 (v + \beta)^2 + \\ &+(B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v) \omega_n (v + \beta) + \\ &+M_r (A_z \omega_n v - B_z) \omega_n v \end{aligned} \right] dt \quad (B.5)$$

donde:

$$A_z = \frac{\gamma_c d (d + 1.628l)}{24 \rho_m}$$

$$B_z = \frac{\varepsilon}{200\pi}$$

$B_m$  es la densidad máxima del flujo de magnetización para la cual no ocurre todavía la saturación del núcleo magnético de motor.

$d$  es el grosor de la lámina.

$l$  es la distancia entre las paredes de los dominios magnéticos que forman las bandas del grosor  $d$ .

$M_m$  es la masa del núcleo magnético del motor.

$M_r$  es la masa del núcleo magnético del rotor.

$Q_m$  son las pérdidas en el hierro.

$\gamma_c$  es la conductividad específica del material magnético.

$\rho_m$  es la densidad específica del material magnético.  
 $\omega$  es la frecuencia angular de la corriente del estator.  
 $\varepsilon$  es la constante cuyo valor depende del tipo de lámina .

## B.2 MINIMIZACIÓN DE LAS PÉRDIDAS TOTALES Y DEL TIEMPO DE CONTROL

Se pide que el control óptimo que minimiza simultáneamente las pérdidas totales (la suma de las pérdidas eléctricas y magnéticas) y el tiempo de control limite también la amplitud de la corriente del estator al valor deseado  $i_1^o$  [64]:

$$i_1 \leq i_1^o \quad (\text{B.6})$$

y la amplitud de la corriente magnetización  $i_o$  (para evitar la saturación del material magnético del motor):

$$i_o \leq i_{o\max} \quad (\text{B.7})$$

donde [62,64]:

$$i_{o\max} = \frac{u_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_o + X_1)^2}} \quad (\text{B.8})$$

$u_m$  es la amplitud nominal del voltaje de fase del estator.

$i_{o\max}$  es el valor de la amplitud de la corriente de magnetización para el cual el motor opera todavía en la parte lineal de su curva de magnetización.

$X_1$  es la reactancia, a la frecuencia nominal de la corriente del estator, de dispersión del devanado del estator.

Para diseñar el control óptimo se utiliza el principio de máximo de Pontryagin [12]. El índice de optimización debe tomar en consideración las pérdidas en el cobre (B.4), las pérdidas en el hierro (B.5) y el tiempo de control:

$$t_r = \int_0^{t_r} dt \quad (\text{B.9})$$

Se acepta el índice de optimización como la combinación lineal de ambos tipos de las pérdidas y del tiempo de control:

$$\left. \begin{aligned}
 Q = & \lambda_3 \int_0^{t_r} dt + \lambda_2 \frac{3}{2} \int_0^{t_r} i_1^2 \left[ R_1 + R_2' X_o^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 (X_o + X_2')^2 \beta^2} \right] dt + \\
 & + \lambda_1 \frac{B_m^2}{i_{o\max}^2} \int_0^{t_r} i_1^2 \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2} \left[ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n^2 (v + \beta)^2 + \\
 & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v) \omega_n (v + \beta) + \\
 & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) \omega_n v
 \end{aligned} \right] dt
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.10})$$

donde:

$Q$  es el índice de optimización.

$\lambda_1, \lambda_2$  y  $\lambda_3$  son unas constantes positivas que cumplen la condición:  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ .

Tomando en consideración (B.10), (B.1) y (B.2) el Hamiltoniano obtiene la forma siguiente:

$$\left. \begin{aligned}
 H = & -\lambda_3 - \lambda_2 \frac{3}{2} i_1^2 \left[ R_1 + R_2' X_o^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 (X_o + X_2')^2 \beta^2} \right] + \\
 & - \lambda_1 \frac{B_m^2 \omega_n i_1^2}{i_{o\max}^2} \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2} \left[ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 + \\
 & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) + \\
 & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v
 \end{aligned} \right] + \\
 & + V \frac{Jp}{\omega_n} \left[ \frac{3pR_2' X_o^2 i_1^2}{2\omega_n} \frac{\beta}{R_2'^2 (X_o + X_2')^2 \beta^2} - M_o(v) \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.11})$$

donde  $V$  es la variable conjugada [12].

Para minimizar el índice de optimización (B.10) el control óptimo, según el principio de máximo de Pontryagin, tiene que maximizar el Hamiltoniano (B.11), entonces las variables de control  $i_1, \beta$  deben cumplir las ecuaciones siguientes:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial i_1} &= 0 \\
 \frac{\partial H}{\partial \beta} &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.12})$$

La primera de las ecuaciones (B.12) para el Hamiltoniano escrito por (B.11) obtiene la forma siguiente:

$$\left. \begin{aligned}
 & -2i_1 \frac{B_m^2 \omega_n}{i_{o\max}^2} \lambda_1 \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2} \left[ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 + \\
 & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) + \\
 & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v
 \end{aligned} \right] + \\
 & -2i_1 \frac{3}{2} \lambda_2 \left[ R_1 + R_2' X_o^2 \frac{\beta^2}{R_2'^2 (X_o + X_2')^2 \beta^2} \right] + 2i_1 V \frac{Jp}{\omega_n} \frac{pmR_2' X_o^2 i_1^2}{2\omega_n} \frac{\beta}{R_2'^2 (X_o + X_2')^2 \beta^2} = 0
 \end{aligned} \right\} \text{(B.13)}$$

De la ecuación (B.13) se nota que el Hamiltoniano obtiene el valor extremo (máximo o mínimo) cuando  $i_1 = 0$ . Obviamente, para que el control se pueda realizar, dicho extremo tiene que ser un mínimo puesto que en este caso se tiene que aceptar el valor de  $i_1$  posiblemente grande, es decir igual a su valor admisible  $i_1^o$  (si fuere un máximo, entonces para cada otro valor  $i_1 \neq 0$  el Hamiltoniano tendría el valor menor, lo que significa que el control se debería conducir con el valor  $i_1 = 0$ , es decir el motor se quedaría inmóvil). Para que el Hamiltoniano tenga un mínimo en función de  $i_1$ , la segunda derivada de él respecto de  $i_1$  tiene que ser positiva, lo que corresponde al cumplimiento por la variable conjugada  $V$  a la condición siguiente:

$$\left. \begin{aligned}
 & V > 2 \frac{B_m^2 \omega_n^3 \lambda_1}{Jp^2 m R_2' X_o^2} \frac{R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2}{\beta^2} \left[ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 + \\
 & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) + \\
 & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v
 \end{aligned} \right] + \\
 & + \frac{3\lambda_2 \omega_n}{Jp^2 m R_2' X_o^2} \left[ R_1 \frac{R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2}{\beta^2} + R_2' X_o^2 \right]
 \end{aligned} \right\} \text{(B.14)}$$

Tomando en consideración (B.11) la segunda de las ecuaciones (B.12) obtiene la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\lambda_1 B_m^2 \omega_n}{i_{o\max}^2} \left\{ \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] \left[ \begin{aligned} & 2X_2'^2 \beta \left\{ \begin{aligned} & A_z M_m \omega_n v + \beta^2 + \\ & (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) + \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right\} + \\ & + (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left( \begin{aligned} & 2A_z M_m \omega_n (v + \beta) + \\ & + B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v \end{aligned} \right) \end{aligned} \right] + \right. \\
 & \left. -2(X_o + X_2')^2 \beta \left[ \begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 + \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) + \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \right\} + \quad (B.15) \\
 & -\frac{3}{2} \lambda_2 \left[ 2R_2' X_o^2 \beta \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] - 2R_2' X_o^2 \beta^2 (X_o + X_2')^2 \beta \right] + \\
 & + V \frac{3Jp^2 R_2' X_o^2}{2\omega_n^2} \left[ R_2'^2 - (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] = 0
 \end{aligned}$$

Para determinar la dependencia entre  $V$  y las variables de control  $i, \beta$  se utiliza la condición  $H(\beta, i) = 0$  [12] de la cual, tomando en consideración (B.11), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{L}{M} \\
 L &= i_1^2 \frac{2B_m^2 \omega_n^3 \lambda_1}{Jp i_{o\max}^2} (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left[ \begin{aligned} & A_z M_m \omega_n (v + \beta)^2 + \\ & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n v)(v + \beta) + \\ & + M_r (A_z \omega_n v - B_z) v \end{aligned} \right] + \quad (B.16) \\
 & + \frac{3i_1^2 \omega_n^2 \lambda_2}{Jp} \left[ R_1 \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] + R_2' X_o^2 \beta^2 \right] + 2\omega_n^2 \lambda_3 \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] \\
 M &= 3pR_2' X_o^2 i_1^2 \beta - 2M_o (v) \omega_n \left[ + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right]
 \end{aligned}$$

Sustituyendo (B.16) en (B.15) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\lambda_1 B_m^2 \omega_n}{i_{o\max}^2} \left[ 3pR_2' X_o^2 i_1^2 \beta - 2M_o(\nu)\omega_n \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] \right] * \\
 & * \left[ \begin{aligned}
 & \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] \left[ \begin{aligned}
 & 2X_2'^2 \beta \left\{ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (\nu + \beta)^2 + \\
 & (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \nu)(\nu + \beta) \\
 & + M_r (A_z \omega_n \nu - B_z) \nu
 \end{aligned} \right\} + \\
 & + (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left( \begin{aligned}
 & 2A_z M_m \omega_n (\nu + \beta) \\
 & + B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \nu
 \end{aligned} \right) \end{aligned} \right] + \\
 & -2(X_o + X_2')^2 \beta \left[ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (\nu + \beta)^2 + \\
 & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \nu)(\nu + \beta) \\
 & + M_r (A_z \omega_n \nu - B_z) \nu
 \end{aligned} \right] (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \end{aligned} \right] \quad (B.17) \\
 & -\frac{3}{2} \lambda_2 \left[ 3pR_2' X_o^2 i_1^2 \beta - 2M_o(\nu)\omega_n \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] \right] * \\
 & * \left[ 2R_2' X_o^2 \beta \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] - 2R_2' X_o^2 \beta^2 (X_o + X_2')^2 \beta \right] + \frac{3pR_2' X_o^2 i_1^2}{2\omega_n^2} \left[ R_2'^2 - (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] * \\
 & * \left[ \begin{aligned}
 & \frac{2B_m^2 \omega_n^3 \lambda_1}{i_{o\max}^2} (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left[ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (\nu + \beta)^2 + \\
 & + \left( \begin{aligned}
 & B_z M_m + \\
 & -2M_r A_z \omega_n \nu
 \end{aligned} \right) (\nu + \beta) + \\
 & + M_r (A_z \omega_n \nu - B_z) \nu
 \end{aligned} \right] + \\
 & + 3\omega_n^2 \lambda_2 \left[ R_1 \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] + R_2' X_o^2 \beta^2 \right] + 2\omega_n^2 \lambda_3 [R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2] \end{aligned} \right] = 0
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Para cumplir la condición (B.6) y maximizar el Hamiltoniano, se debería mantener  $i_1 = i_1^o$ . Sin embargo, para que se cumpla la condición (B.7), en base a la fórmula (B.3) se puede concluir que la amplitud de la corriente del estator debe cumplir:

$$i_1 \leq i_{o\max} \sqrt{\frac{R_2'^2 + \beta^2 (X_o + X_2')^2}{R_2'^2 + \beta^2 X_2'^2}} = i_{11} \quad (B.18)$$

Entonces, cuando se cumple:

$$i_1^o \leq i_{11} \quad (B.19)$$



Se cumplen simultáneamente las condiciones (B.6) y (B.7) para  $i_1 = i_1^o$  y para determinar el valor de deslizamiento relativo  $\beta$  hay que resolver la ecuación (B.16) para  $i_1 = i_1^o$ .

Cuando el valor admisible de la corriente del estator cumple la condición:

$$i_1^o > i_{11} \quad (B.20)$$

se debería mantener  $i_1 = i_1^o$ , pero para que se cumpla la condición (B.7), se debe:

- mantener  $i_1 = i_{11} < i_1^o$  (determinando  $i_{11}$  de la fórmula (B.18)) y calcular  $\beta$  de la ecuación (B.17) (analogía al control que minimiza las pérdidas solamente en el cobre [61]) ó
- mantener  $i_1 = i_1^o$  y determinar  $\beta$  de la fórmula siguiente (analogía al control óptimo en tiempo [13,61]):

$$\beta = R_2' \sqrt{\frac{(i_1^o/i_{o,max})^2 - 1}{(X_o + X_2'^2)^2 - X_2'^2 (i_1^o/i_{o,max})^2}} \quad (B.21)$$

Para minimizar las pérdidas totales no se puede de antemano saber cuál de los dos controles a) o b) da los resultados mejores. Esto depende de los valores de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  y de los parámetros del motor. Por esto la decisión acerca de la aplicación de control a) o b), se puede tomar después de la investigación adicional.

Para poder determinar cual condición (B.19) o (B.20) se cumple, se necesita conocer el valor límite  $i_{11}$  de la corriente del estator (fórmula (B.18)). Este valor se puede calcular determinando  $\beta$  de la ecuación (B.17), con  $i_1 = i_{11}$  descrita por la fórmula (B.18) (caso b)), y luego calculando el valor de  $i_{11}$  de (B.18) (se obtiene  $i_{11}(\nu)$ ). La ecuación (B.18) para  $i_1 = i_{11}$ , tiene la forma:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\lambda_1 B_m^2 \omega_n}{i_{o\max}^2} \left[ 3pR_2' X_o^2 i_{o\max}^2 \beta - 2M_o(\nu)\omega_n \left[ R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2 \right] \right] * \\
 & * \left[ \begin{aligned}
 & \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] \left[ \begin{aligned}
 & 2X_2'^2 \beta \left\{ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (\nu + \beta)^2 + \\
 & (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \nu)(\nu + \beta) \\
 & + M_r (A_z \omega_n \nu - B_z) \nu
 \end{aligned} \right\} + \\
 & + (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left( \begin{aligned}
 & 2A_z M_m \omega_n (\nu + \beta) \\
 & + B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \nu
 \end{aligned} \right)
 \end{aligned} \right] + \\
 & -2(X_o + X_2')^2 \beta \left[ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (\nu + \beta)^2 + \\
 & + (B_z M_m - 2M_r A_z \omega_n \nu)(\nu + \beta) \\
 & + M_r (A_z \omega_n \nu - B_z) \nu
 \end{aligned} \right] (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2)
 \end{aligned} \right] + \\
 & -\frac{3}{2} \lambda_2 \left[ 3pR_2' X_o^2 i_{o\max}^2 \beta - 2M_o(\nu)\omega_n \left[ R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2 \right] \right] * \tag{B.22} \\
 & * \left[ 2R_2' X_o^2 \beta \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] - 2R_2' X_o^2 \beta^2 (X_o + X_2')^2 \beta \right] + \frac{3pR_2' X_o^2 i_{o\max}^2}{2\omega_n^2} \left[ R_2'^2 - (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] * \\
 & * \left[ \begin{aligned}
 & \frac{2B_m^2 \omega_n^3 \lambda_1}{i_{o\max}^2} (R_2'^2 + X_2'^2 \beta^2) \left[ \begin{aligned}
 & A_z M_m \omega_n (\nu + \beta)^2 + \\
 & + \left( \begin{aligned}
 & B_z M_m + \\
 & -2M_r A_z \omega_n \nu
 \end{aligned} \right) (\nu + \beta) + \\
 & + M_r (A_z \omega_n \nu - B_z) \nu
 \end{aligned} \right] + \\
 & + 3\omega_n^2 \lambda_2 \left[ R_1 \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right] + R_2' X_o^2 \beta^2 \right] + 2\omega_n^2 \lambda_3 \left[ R_2'^2 + (X_o + X_2')^2 \beta^2 \right]
 \end{aligned} \right] = 0
 \end{aligned}$$

Cuando el valor límite  $i_1^o$  se encuentra entre los valores máximo y mínimo de la corriente límite  $i_{11}(\nu)$ , esto significa que hay que cambiar el tipo de control según el cumplimiento de las condiciones (B.19) o (B.20) durante el cambio de la velocidad del motor. Obviamente si el valor límite  $i_1^o$  se encuentra por arriba del rango de los cambios de  $i_{11}(\nu)$ , hay que aplicar el control óptimo según el caso a) o b) dependiendo cuál de estos casos da los resultados mejores para el motor dado y los valores aceptados de  $\lambda_1, \lambda_2$  y  $\lambda_3$ . Si el valor límite  $i_1^o$  se encuentra por debajo del rango de los cambios de  $i_{11}(\nu)$ , hay que aplicar el control con  $i_1 = i_1^o$  y  $\beta$  calculado de la ecuación (B.17).

### B.3 DETERMINACIÓN DEL VALOR DE $i_{11}(\nu)$

Utilizando el método presentado se calcula el valor límite  $i_{11}(\nu)$  para los motores de inducción analizados y la combinaciones de los coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  para las cuales se obtuvo la solución óptima no dominadas en el sentido de Pareto y más equilibrada desde el punto de vista de aumentos del tiempo de control y de las pérdidas totales calculados respecto sus valores mínimos obtenidos optimizando solamente el tiempo de control o las pérdidas totales respectivamente. Para esto se resuelve la ecuación algebraica (B.22) junto con (B.18) para los valores de la velocidad relativa  $\nu$  de 0 a 1 utilizando un programa escrito en Fortran que proporciona también los datos para graficar los resultados obtenidos en forma de las curvas  $\beta(\nu)$  e  $i_{11}(\nu)$ . Para graficar dichas curvas se utilizó el paquete ORIGIN. En seguida se presentan los resultados obtenidos par el arranque en vacío

( $M_o(\nu) = 0$ ) de tres motores.

Para el motor de 3 H.P. tanto para la limitación de la amplitud de la corriente del estator al valor de 8A como para el valor de 25A, la solución no dominada más equilibrada se obtuvo para el arranque óptimo en tiempo, es decir para los valores de los coeficientes  $\lambda_1 = 0$   $\lambda_2 = 0$   $\lambda_3 = 1$ . El valor de  $i_{11}(\nu)$  calculado para estos coeficientes es constante e igual a 9.44A. En seguida se presenta la curva de  $i_{11}(\nu)$ .

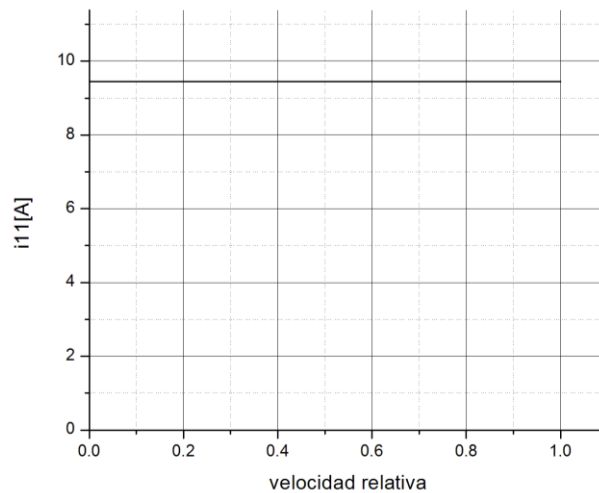


Fig. B.1.  $i_{11}$  en función de la velocidad relativa  $\nu$   
para el motor de 3h.p. y  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$   $\lambda_3 = 1$

Para el motor de 500 H.P.:

- para la limitación de la amplitud de la corriente del estator al valor de 30A, se obtuvo la solución no dominada más equilibrada para los coeficientes  $\lambda_1 = 0.1$   $\lambda_2 = 0.4$   $\lambda_3 = 0.5$ . El valor de  $i_{11}(\nu)$  calculado para estos coeficientes varía de 45.18A a 54.06A. La curva de  $i_{11}(\nu)$  se presenta en la siguiente figura:

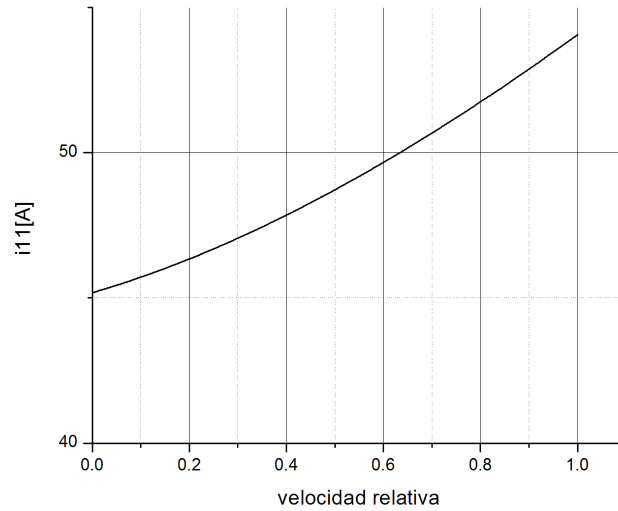


Fig. B.2.  $i_{11}$  en función de la velocidad relativa  $\nu$  para el motor de 500 h.p. y  $\lambda_1 = 0.1$   $\lambda_2 = 0.4$   $\lambda_3 = 0.5$

- para la limitación de la amplitud de la corriente del estator al valor de 150A, se obtuvo la solución no dominada más equilibrada para los coeficientes para los valores de los coeficientes  $\lambda_1 = 0.72$   $\lambda_2 = 0.18$   $\lambda_3 = 0.1$ . El valor calculado de  $i_{11}(\nu)$  varía de 43.84A a 143.55A. Se presenta la curva de  $i_{11}(\nu)$ .

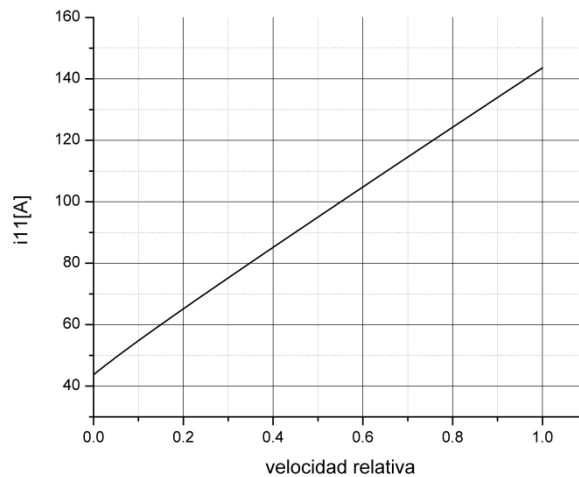


Fig. B.3.  $i_{11}$  en función de la velocidad relativa  $\nu$  para el motor de 500 h.p. y  $\lambda_1 = 0.72$   $\lambda_2 = 0.18$   $\lambda_3 = 0.1$

Para el motor de 2250 H.P.:

- para la limitación de la amplitud de la corriente del estator al valor de 150A, se obtuvo la solución no dominada más equilibrada para los coeficientes  $\lambda_1 = 0.27$   $\lambda_2 = 0.63$   $\lambda_3 = 0.1$ . El valor de  $i_{11}(\nu)$  calculado para estos coeficientes varía de 188.41A a 281.57A. La curva de  $i_{11}(\nu)$  se presenta en la siguiente figura:

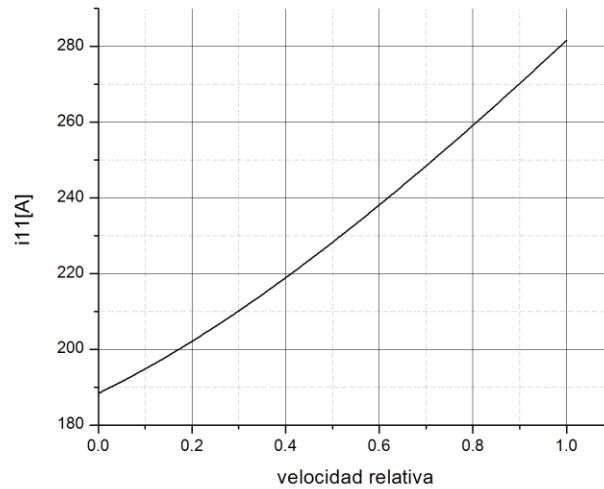


Fig. B.4.  $i_{11}$  en función de la velocidad relativa  $v$  para el motor de 2250 h.p. y  $\lambda_1 = 0.27$   $\lambda_2 = 0.63$   $\lambda_3 = 0.1$

- para la limitación de la amplitud de la corriente del estator al valor de 300A, se obtuvo la solución no dominada más equilibrada para los coeficientes para los valores de los coeficientes  $\lambda_1 = 0.09$   $\lambda_2 = 0.21$   $\lambda_3 = 0.7$ . El valor calculado de  $i_{11}(v)$  varía de 199.24A a 208.20A. Se presenta la curva de  $i_{11}(v)$ .

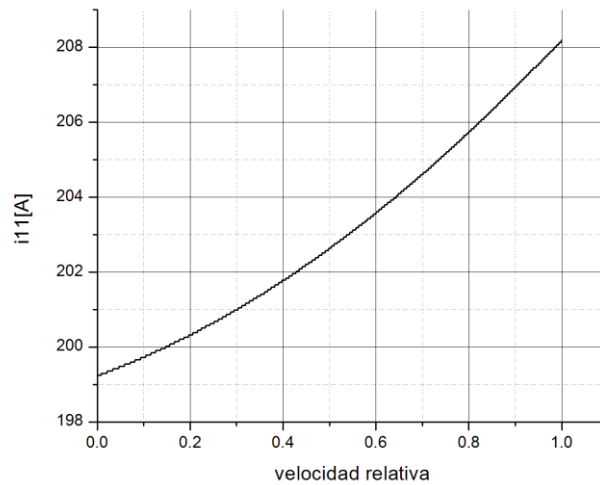


Fig. B.5.  $i_{11}$  en función de la velocidad relativa  $v$  para el motor de 2250h.p. y  $\lambda_1 = 0.09$   $\lambda_2 = 0.21$   $\lambda_3 = 0.7$



---

# APÉNDICE C

## PROBLEMA DE DOBLE VALOR EN LA FRONTERA

### C.1 INTRODUCCIÓN

Para resolver el problema de doble valor a la frontera hay que utilizar un algoritmo de los cambios de los valores iniciales de las variables conjugadas aceptando un criterio de evaluación del acercamiento de los valores finales (calculados en cada paso de iteración del algoritmo utilizando los valores iniciales de las variables conjugadas) a los valores finales conocidos.

La búsqueda de los valores iniciales de las variables conjugadas es un problema similar al problema de optimización paramétrica en el cual se buscan los valores óptimos de los parámetros de un sistema que garantizan minimización o maximización de un criterio de optimización llamado el índice de optimización paramétrica. En el caso de la búsqueda de las condiciones iniciales de las variables conjugadas como el índice de optimización paramétrica se puede aceptar la distancia mencionada arriba.

En muchos casos del análisis y síntesis de los sistemas de control automático es necesario buscar los valores óptimos de unos parámetros físicos o de unos coeficientes que existen en la descripción matemática de un problema, los cuales garantizan el valor extremo de un índice de optimización.

Este tipo de problemas existen, por ejemplo, en los casos de identificación paramétrica de un modelo matemático del proceso real, de la búsqueda de los ajustes óptimos (la sintonización) de los controladores industriales para garantizar el comportamiento mejor desde el punto de vista de un índice de optimización del sistema de control, en los problemas de la búsqueda de las condiciones iniciales de las variables conjugadas en el problema de doble valor a la frontera etc.

Todos los problemas de este tipo se pueden clasificar como problemas de optimización paramétrica, puesto que, desde el punto de vista matemático, los parámetros, las condiciones iniciales, los coeficientes de las ecuaciones matemáticas etc., son unas constantes y el problema consiste en la búsqueda de sus valores óptimos, los que garantizan el extremo global de un índice de optimización.

Para encontrar los valores óptimos de los parámetros, hay que cambiar sus valores observando el valor del índice de optimización aceptado y en base a estas observaciones escoger el conjunto de los valores de los parámetros que da el valor extremo (mínimo o máximo dependiendo del problema) del índice de optimización. Estos cambios de los valores de los parámetros hay que realizar según alguna estrategia o, en otras palabras, según un algoritmo.



Los algoritmos clásicos de optimización, basados en los métodos de gradiente, de Gauss-Seidel, de Newton-Rapson etc., funcionan correctamente cuando el índice de optimización tiene un solo extremo global y no tiene los extremos locales. Desgraciadamente, en la mayoría de los casos prácticos de optimización, no se sabe de antemano si el índice aceptado cumple la suposición mencionada. Por esto, utilizando el algoritmo clásico de optimización para un problema en el cual no hay seguridad que el índice de optimización tiene solamente un extremo global y no tiene los extremos locales, hay que aplicarlo muchas veces intentando encontrar el extremo global y no teniendo nunca seguridad que el extremo encontrado es el global.

Los algoritmos genéticos cuyo funcionamiento se basa en las ideas de evolución natural, permiten encontrar (si se cumplen ciertas condiciones como el número adecuado de los cromosomas y de las generaciones, la probabilidad adecuada del cruce y de la mutación etc.) con cierta exactitud (normalmente no muy alta) el extremo global del índice de optimización, incluso cuando este índice tiene varios extremos locales.

De lo antes dicho surge la idea que para encontrar el extremo global del índice de optimización con la exactitud posiblemente grande, se deben aplicar ambos tipos mencionados de los algoritmos de optimización: primero el algoritmo genético para acercarse, aunque con la exactitud relativamente baja, al extremo global y posteriormente el algoritmo clásico de optimización partiendo del conjunto de los valores de los parámetros encontrado por el algoritmo genético, esto con la finalidad de mejorar la exactitud de acercamiento al extremo global.

El índice de optimización en la mayoría de los casos expresa la calidad de funcionamiento del sistema (entonces tiene más frecuentemente la forma de una funcional) o la distancia entre el punto óptimo conocido y el punto actual, con los valores actuales de los parámetros optimizados, en el espacio “n” dimensional (entonces tiene más frecuentemente la forma de una función). Por esto, en la mayoría de los casos de optimización paramétrica, el índice de optimización tiene siempre el valor positivo y el problema de optimización consiste en la minimización de este valor.

En el trabajo se presenta en forma general un algoritmo híbrido elaborado por el autor compuesto por el algoritmo genético clásico con tres tipos de selección de las cromosomas (por el rango, por el torneo y por la ruleta) y el algoritmo clásico de optimización basado en el método de cambios cíclicos de los parámetros (el método de Gauss-Seidel) que sirve para buscar el mínimo del índice de optimización. La versión original de dicho algoritmo se ha elaborado en el lenguaje Fortran 90 [56].

## **C.2 DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO HÍBRIDO DE OPTIMIZACIÓN PARAMÉTRICA**

En las figuras C.1 y C.2 se presenta el diagrama de flujo del algoritmo híbrido [56].

Cada uno de los dos algoritmos que componen el algoritmo híbrido, se pueden aplicar por separado o conjuntamente pero, en esta segunda opción, siempre hay que aplicar como



primero el algoritmo genético y posteriormente el algoritmo de los cambios cíclicos de los parámetros.

El algoritmo genético (Fig. C.1 ) es un algoritmo clásico en el cual el usuario debe declarar la probabilidad del cruce y de la mutación, el número de los cromosomas, los valores límite de los parámetros optimizados, la exactitud de la presentación de los parámetros (el número de los dígitos después del punto flotante) y el número de las generaciones.

El tiempo necesario para la búsqueda de los valores óptimos de los parámetros depende, sobre todo, del número de los cromosomas y del número de las generaciones declarados por el usuario. El número de los cromosomas y el número de las generaciones no puede ser demasiado pequeños para que el algoritmo no se detenga en algún mínimo local (si los mínimos locales existen) o termine los cálculos no llegando al mínimo global. De otro lado, cuando más grande es el número de los cromosomas y el número de las generaciones, tanto más largo es el tiempo de la búsqueda del mínimo global. Para determinar el número adecuado de los cromosomas y de las generaciones se recomienda repetir varias veces la aplicación del algoritmo genético para resolver el problema de la optimización dado.

En base a la exactitud de la presentación de los valores de los parámetros optimizados declarada por el usuario (el número “zq1” de los dígitos decimales después del punto flotante) y las limitaciones de cada uno de los parámetros declaradas por el usuario, el algoritmo genético establece el número de los dígitos binarios necesario para cada uno de los parámetros y, posteriormente, tomando en consideración el número de los parámetros optimizados declarado por el usuario, determina la longitud (el número de los bits) del cromosoma. Para establecer el número de los bits que representan el parámetro i-esimo, el algoritmo genético calcula el número natural “zm” más pequeño que cumple la desigualdad siguiente [56]:

$$(zb_i - za_i)10^{zq1} \leq 2^{zm_i} - 1 \quad (C.1)$$

donde:

zb<sub>i</sub>: es el valor máximo del parámetro i-esimo

za<sub>i</sub>: es el valor mínimo del parámetro i-esimo.

Para seleccionar la población paterna (mating pool) de los cromosomas el algoritmo genético dispone de tres métodos de la selección: el método de rango (ranking selection), el método determinístico de torneo (deterministic tournament selection) con aplicación de la estrategia elitista que consiste en la introducción en la población paterna de un número determinado por el usuario de las copias del cromosoma mejor y el método de ruleta (roulette wheel selection) adecuado para la búsqueda del mínimo del índice de optimización.

En la selección por el rango los cromosomas se ponen en el orden según su rango, es decir, según el valor del índice de optimización obtenido con este cromosoma, empezando del cromosoma peor (el que da el valor más grande del índice de optimización). El número de las copias de cada uno de los cromosomas que se introduce en la población paterna, se establece en función del rango del cromosoma según la dependencia lineal entre el número



de las copias y el rango, tomando en consideración la condición que el número de los cromosomas en la población paterna creada actualmente tiene que ser igual al número de los cromosomas “zn” en la población anterior.

En la selección por torneo se dividen los cromosomas a los grupos de dos cromosomas elegidos de la población en la manera aleatoria. De cada uno de estos grupos se elige en la manera determinística el cromosoma mejor (el que da el valor menor del índice de optimización), ordenando posteriormente los cromosomas según el rango de cada uno de ellos [56].

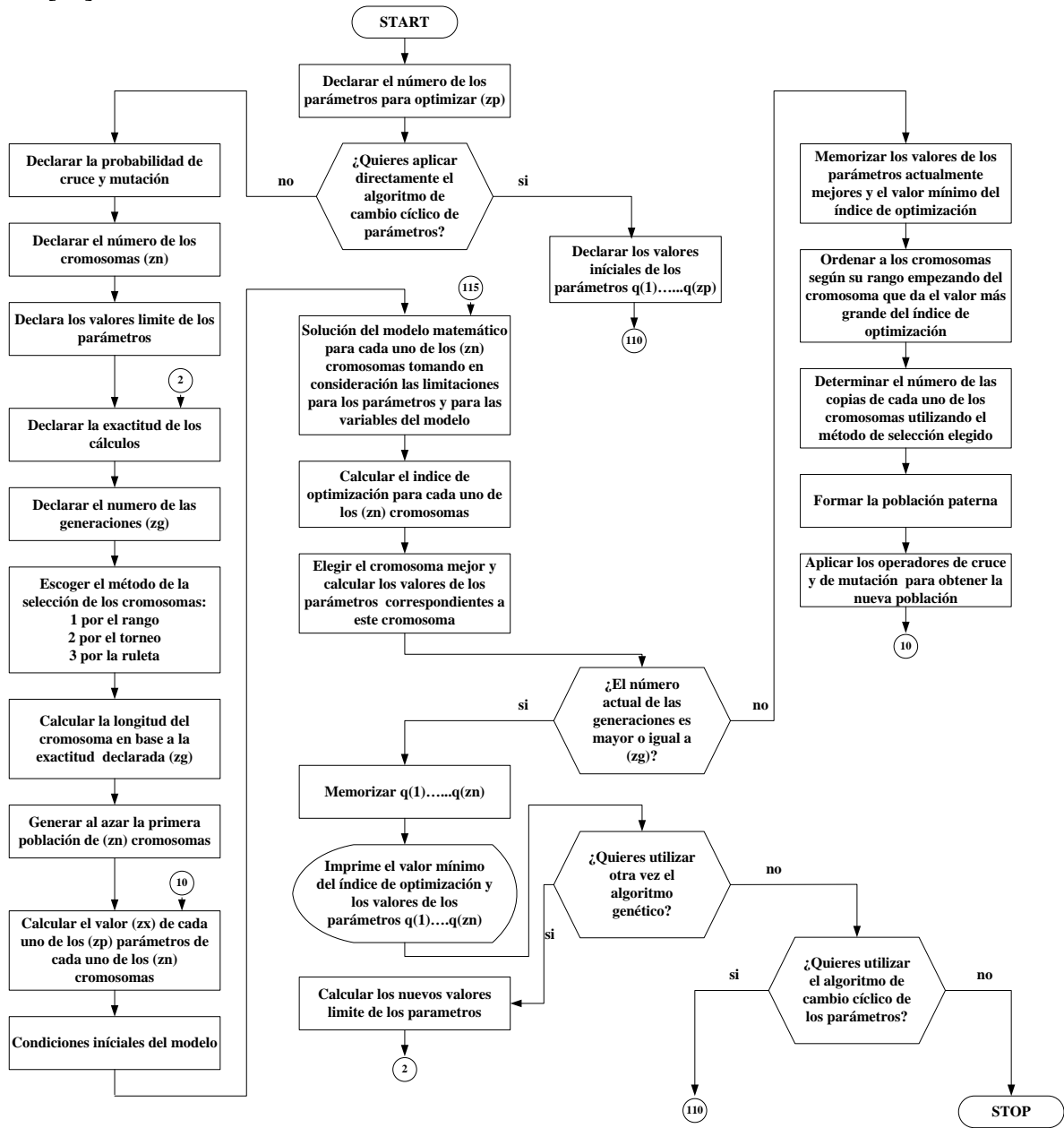


Fig. C.1. Diagrama de flujo del algoritmo híbrido de optimización paramétrica.

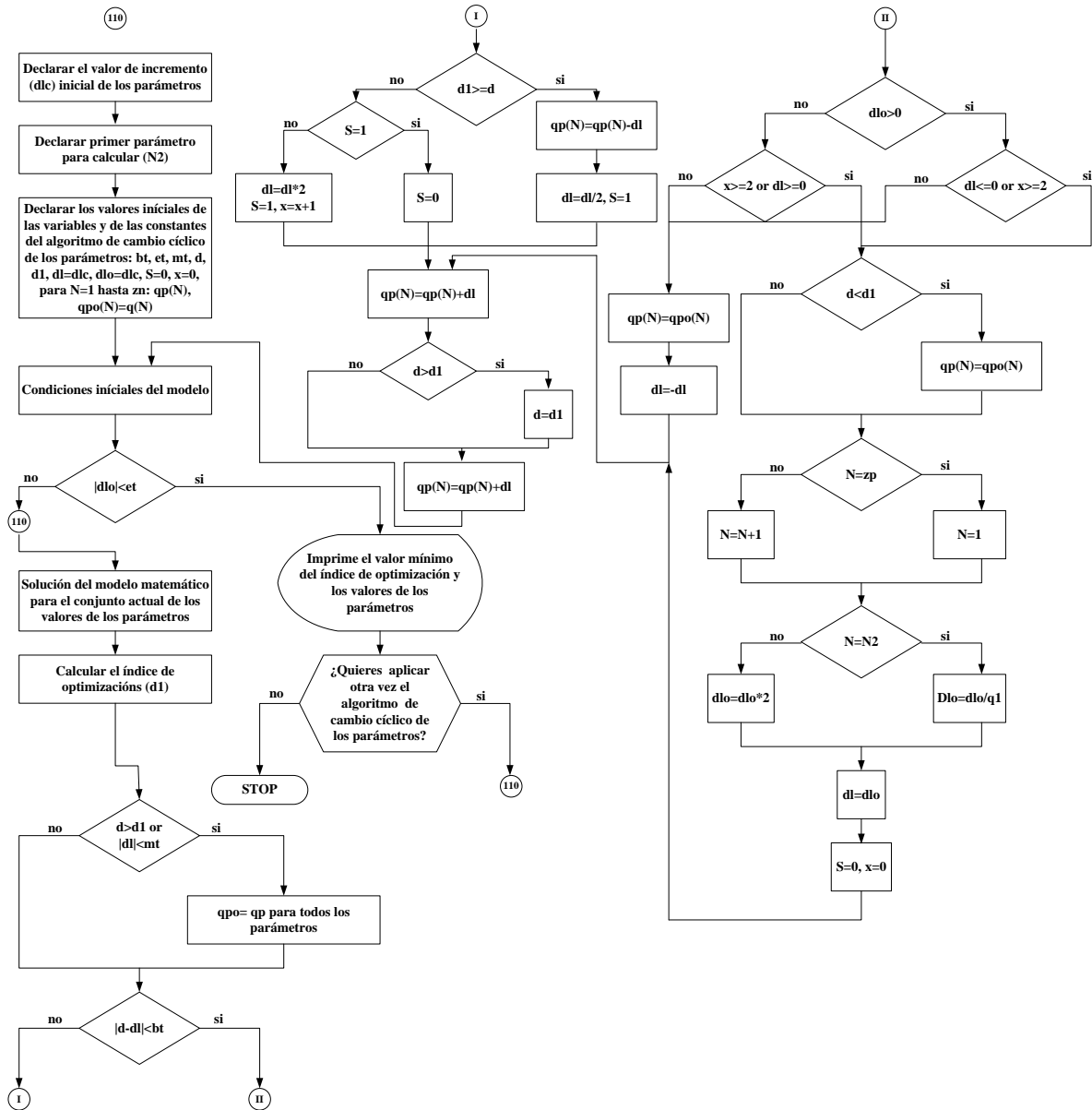


Fig. C.2. Diagrama de flujo del algoritmo híbrido de optimización paramétrica (continuación).



En el método de la selección de los cromosomas por el torneo el usuario tiene la posibilidad de decidir cuantas copias del cromosoma mejor (el que está al final de la lista) tienen que ser introducidas en la población paterna.

En la selección por la ruleta se aplica el método determinístico de la determinación del número de las copias de cada uno de los cromosomas, adaptado para la búsqueda del valor mínimo del índice de optimización (originalmente la selección por la ruleta sirve para determinar el valor máximo del índice de optimización). El método de selección por la ruleta consiste en la designación a cada uno de los cromosomas una parte de la rueda de ruleta de la superficie proporcional al valor del índice de optimización obtenido con este cromosoma. Entonces cuanto más grande es el valor del índice de optimización obtenido con el cromosoma dado, tanto más grande es la parte (el sector) de la rueda de ruleta y tanto más grande es la probabilidad “ $p_1(c_i)$ ” de seleccionar dicho cromosoma formando la población paterna:

$$p_1(c_i) = \frac{F(c_i)}{\sum_{i=1}^{zn} F(c_i)} \quad (C.2)$$

donde:

$F(c_i)$ : es el valor del índice de optimización obtenido con el cromosoma  $i$ -ésimo  $c_i$   
 $p_1(c_i)$ : es la probabilidad de la selección del cromosoma  $c_i$ .

Se puede notar que el método de la selección por la ruleta así definido sirve solamente para los casos de la búsqueda de los parámetros que maximizan el índice de optimización. En el algoritmo elaborado se aplica una modificación de la determinación de la probabilidad de selección de los cromosomas por ruleta, que permite buscar el mínimo del índice de optimización, calculando la probabilidad de selección del cromosoma  $i$ -ésimo según la fórmula siguiente:

$$p(c_i) = 1 - p_1(c_i) \quad (C.3)$$

En el algoritmo presentado se determina el número de las copias del cromosoma  $i$ -ésimo en la población paterna en la manera determinística calculando el número de dichas copias proporcionalmente a la probabilidad de la selección dada por la fórmula mencionada arriba, es decir:

$$e(c_i) = p(c_i) zn \quad (C.4)$$

donde:

$e(c_i)$ : es el número de las copias del cromosoma  $i$ -ésimo, y ajustando adecuadamente el número de las copias de cada uno de los cromosomas así determinado, de tal manera para que la suma de todos los cromosomas sea igual a “ $zn$ ”.



Después de la determinación de la población paterna el algoritmo genético aplica los operadores de cruce y de mutación, con las probabilidades declaradas por el usuario, con la finalidad de generar una nueva población de los cromosomas.

La terminación de los cálculos por el algoritmo genético se efectúa cuando el número de las generaciones realizadas es igual a un número predeterminado, declarado por el usuario.

El resultado de los cálculos es un conjunto de los valores de los parámetros que da, con cierta exactitud, normalmente bastante baja, el valor mínimo global del índice de optimización (obviamente bajo la condición que el número de los cromosomas y de las generaciones declarado por el usuario es adecuado). Para mejorar la exactitud de los cálculos el usuario dispone de dos posibilidades: utilizar otra vez el algoritmo genético con los rangos de los cambios admisibles de los valores de los parámetros disminuido dos veces alrededor de los valores encontrados en la aplicación anterior del algoritmo genético, no sobrepasando sin embargo las limitaciones originales, o utilizar el algoritmo clásico de optimización basado en el método de los cambios cíclicos de los parámetros (del método de Gauss-Seidel).

El método de los cambios cíclicos de los parámetros (Fig. C.1) consiste en cambiar el valor de un solo parámetro mientras que los valores de los parámetros restantes se mantienen constantes. Los cambios de un parámetro (con el valor absoluto del incremento o decremento actual “dl” de este parámetro cada vez menor hasta que dicho valor es menor que un valor preestablecido “mt” declarado por usuario, el cual determina la exactitud de los cálculos de los valores de los parámetros optimizados) se realizan hasta que se obtiene el valor mínimo (para este parámetro) del índice de optimización “d1”. En este momento se establece el valor del parámetro actualmente cambiado y se empieza cambiar el parámetro siguiente buscando para él el nuevo mínimo del índice de optimización etc. Obteniendo el valor mínimo del índice de optimización “d1” para los cambios del último parámetro se cierra un ciclo de los cambios de los valores de los parámetros. El siguiente ciclo de los cambios se realiza con el valor absoluto inicial “dlo” del incremento o decremento de cada uno de los parámetros “q1” veces menor que en el ciclo anterior, donde “q1” es un número mayor que  $2^{2n}$  (por ejemplo  $q1=10*2^{2n}$ ). La búsqueda de los valores óptimos de los parámetros se concluye cuando el valor absoluto del incremento o decremento inicial “dlo” de los parámetros en el ciclo consecutivo es menor que un valor preestablecido declarado por el usuario “et” (este valor determina la exactitud de terminación de los cálculos del algoritmo). Puesto que la terminación de los cálculos no depende explícitamente del valor del índice de optimización (lo que se aceptó diseñando el algoritmo para hacerlo posiblemente universal, es decir, para que sirva para solucionar varios tipos de problemas dinámicos y estáticos independientemente si el valor mínimo global del índice de optimización es nulo o no), cuanto más grande es el incremento inicial “dlo” declarado por el usuario tanto más ciclos de los cambios de los parámetros tiene que realizar el algoritmo y obviamente tanto más largo es el tiempo de los cálculos teniendo sin embargo la posibilidad de llegar al valor mínimo global del índice de optimización en una sola aplicación del algoritmo. Sin embargo, en la mayoría de los casos, para obtener el valor mínimo global del índice de optimización, puede ser necesario aplicar el algoritmo de los cambios cíclicos de los parámetros más que una vez, partiendo siempre en la segunda, tercera y más veces de los valores de los parámetros encontrados en la aplicación anterior del algoritmo [56].



La simbología utilizada en la Fig. C.1 es la siguiente:

- bt, et, mt : números pequeños, declarados por el usuario, que determinan la exactitud de los cálculos,
- d1: valor del índice de optimización en el paso actual de iteración,
- d: valor del índice de optimización en el paso anterior de iteración,
- dl: valor del incremento (con el signo positivo) o decremento (con el signo negativo) de los parámetros en el paso actual de iteración,
- dlo: valor del incremento o decremento de los parámetros empezando un ciclo de los cambios de los parámetros,
- N: número del parámetro cambiado actualmente,
- N2: número del parámetro para cambiar empezando los cálculos (declarado por el usuario),
- q(N): valor del parámetro de número N empezando los cálculos,
- q1: número mayor que  $2^m$ , entre el cual se divide el valor absoluto del incremento o decremento de los parámetros terminando un ciclo y empezando el ciclo siguiente de los cambios de los parámetros,
- qp(N): valor inicial del parámetro de número N empezando un ciclo de los cambios de los parámetros,
- qpo(N): valor óptimo del parámetro de número N,
- S, x: banderas del algoritmo.

El algoritmo de los cambios cíclicos de los parámetros automáticamente aumenta o disminuye el incremento (o decremento) de los parámetros acercándose al valor mínimo del índice de optimización, dependiendo si el valor absoluto del incremento es menor o no del valor preestablecido “mt” o si la diferencia entre los valores del índice de optimización en paso actual y anterior es menor o no del valor preestablecido “bt”.

# APÉNDICE D

## PROGRAMAS EN FORTRAN DE LA SIMULACIÓN DEL CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN QUE MINIMIZA PÉRDIDAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA Y TIEMPO DE CONTROL

### D.1 ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN PARAMÉTRICA

#### D.1.1 Datos que requiere el programa

El algoritmo híbrido de optimización paramétrica pide los datos en pantalla y son pedidos uno a uno. Los datos que requiere para cada motor son los siguientes:

Motor de 3 H.P.	Motor de 500 H.P	Motor de 2250 H.P
$u_m = 179.63[V]$	$u_m = 1877.94[V]$	$u_m = 1877.94[V]$
$p = 2$	$p = 2$	$p = 2$
$\omega_n = 377[rd / s]$	$\omega_n = 377[rd / s]$	$\omega_n = 377[rd / s]$
$R_1 = 0.435[\Omega]$	$R_1 = 0.262[\Omega]$	$R_1 = 0.029[\Omega]$
$R_2 = 0.816[\Omega]$	$R_2 = 0.187[\Omega]$	$R_2 = 0.022[\Omega]$
$X_1 = X_2 = 0.754[\Omega]$	$X_1 = X_2 = 1.206[\Omega]$	$X_1 = X_2 = 0.226[\Omega]$
$X_0 = 26.13[\Omega]$	$X_0 = 54.02 [\Omega]$	$X_0 = 13.04 [\Omega]$
$J = 0.089[kgm^2]$	$J = 11.06 [kgm^2]$	$J = 63.87 [kgm^2]$
$i_1^0 = 8 \text{ y } 25[A]$	$i_1^0 = 30 \text{ y } 150[A]$	$i_1^0 = 150 \text{ y } 300[A]$
$t_m = 1000[seg]$	$t_m = 1000[seg]$	$t_m = 1000[seg]$
$wsp = 1000000$	$wsp = 1000000$	$wsp = 1000000$
$M_m = 34.89[Kg]$	$M_m = 2649.7[Kg]$	$M_m = 8479[Kg]$
$M_r = 22.11[Kg]$	$M_r = 657.34[Kg]$	$M_r = 1315[Kg]$
$dt = 0.0001$	$dt = 0.001$	$dt = 0.001$

El programa también requiere:

No. de parámetros: 3

Probabilidad de mutación: 0.03

Exactitud de dígitos: 9

Valor mínimo del parámetro: -7000

Probabilidad de cruce: 0.95

No. de cromosomas: 500 (2000)

No. de generaciones: 50

Valor máximo del parámetro: 7000

Los resultados obtenidos son:  $V_1(0)$ ,  $V_2(0)$  y  $V_3(0)$ , tiempo de control  $t_r$ , pérdidas magnéticas, pérdidas eléctricas, etc. Estos resultados son puestos en pantalla y se genera un archivo de salida de resultados.



## D.1.2 Algoritmo híbrido de optimización paramétrica

!pérdidas totales más tiempo  $Q_t = I_1 Q_m + I_2 Q_e + I_3 Q_t - \text{híbridoSinSaturacion} - I_2 = 0.f$

!algoritmo híbrido: genético y Gauss-Seidel

implicit none

integer zi,zj,zn,zp,zm,zcount,zpip,zgen,zk,zl,zyz

real\*8 znr1,zs,zzs,zyz,zzr,zs1

real\*8 znr2,zn1

real\*8 zl1,zl3,zl4,zm1,zm2,zg

real\*8 zmx,zmin,zr1,zvv,zk1

real\*8 zr2,zq1,zprcr,zprmu,zmx1,zmin1

real\*8 zcop1,zcop2

real\*8 zcop3

real, dimension(1) :: zR

integer, dimension(1) :: zseed

integer, dimension(:,), allocatable :: za1

integer, dimension(:,), allocatable :: za11

integer, dimension(:,), allocatable :: za

real\*8, dimension(:,), allocatable :: zc

real\*8, dimension(:,), allocatable :: zb

real\*8, dimension(:,), allocatable :: zmi

real\*8, dimension(:,), allocatable :: zx

real\*8, dimension(:,), allocatable :: zy

real\*8, dimension(:,), allocatable :: q

real\*8, dimension(:,), allocatable :: zq

real\*8, dimension(:,), allocatable :: zfx

real\*8, dimension(:,), allocatable :: znr

real\*8, dimension(:,), allocatable :: zfx1

integer, dimension(:,), allocatable :: zcop

real, dimension(:,), allocatable :: zco

!Gauss-Seidel

real\*8 mi,dlc,dp,d1p,d,d1,d1,dlo

real\*8 bt,et,q1

real\*8, dimension(:,), allocatable :: qp

real\*8, dimension(:,), allocatable :: qpp

real\*8, dimension(:,), allocatable :: qpo

integer l,p,n2,n,x,s,zzt

!Gauss-Seidel

!datos del modelo

integer pp

real\*8 io,omn,r1,r2,x1,x2,xo,jp,i2,i1opt

real\*8 i1,iom,um,ion,dt,t,omr,trn,wsp,i1o

real\*8 i2d,i2q,f2d,f2q,ffod,ffoq,ffo,fod

real\*8 foq,fo,c1,s1,gn1,hn1,j1,k1,om,ome,bdt

real\*8 m1,u1,f,w1,z1,y1,q2,k11,m11

real\*8 u11,w11,z11,y11,gn2,hn2,j2,c2,s2

real\*8 k2,m2,u2,w2,z2,y2,k12,m12,u12,w12

real\*8 z12,y12,gn3,hn3,j3,c3,s3,k3,m3,u3

real\*8 z3,w3,y3,k13,m13,u13,w13,z13,y13

real\*8 gn4,hn4,j4,c4,s4,k4,m4,u4,w4,z4,y4

real\*8 om1,qm,l1,l2,l3

real\*8 mm,mr,az,bz,bm,c1s,s1s,i1n

2 t=0

om=0

f2d=0

f2q=0

ffo=0

ffod=0

ffoq=0

io=0

i2d=0

i2q=0



```
fod=0
foq=0
fo=0
q2=0
ion=0
qm=0
az=6.584d-6
bz=2.387d-3
bm=1.5
c1=1
s1=0
!fin de los datos del modelo
!declaraciones del modelo
if(zyz.eq.1)then
zyz=0
goto 1000
end if
write(*,*)'um ='
read(5,*) um
write(*,*)'numero de pares de polos ='
read(5,*) pp
write(*,*)'valor nominal de la frecuencia angular ='
read(5,*) omn
write(*,*)'R1 ='
read(5,*) r1
write(*,*)'R2 ='
read(5,*) r2
write(*,*)'X1 ='
read(5,*) x1
write(*,*)'X2 ='
read(5,*) x2
write(*,*)'Xo ='
read(5,*) xo
write(*,*)'J ='
read(5,*) jp
write(*,*)'valor limite de la corriente del estator ='
read(5,*) ilo
omr=omn
write(*,*)'valor maximo del tiempo de arranque ='
read(5,*) trn
write(*,*)'coeficiente del indice de optimizacion ='
read(5,*) wsp
write(*,*)'masa del motor ='
read(5,*) mm
write(*,*)'masa del rotor ='
read(5,*) mr
write(*,*)'paso de integracion ='
read(5,*) dt
write(*,*)'coeficiente de las perdidas magneticas I1 ='
read(5,*) l1
write(*,*)'coeficiente de las perdidas electricas I2 ='
read(5,*) l2
write(*,*)'coeficiente del tiempo de control I3 ='
read(5,*) l3
iom=um/dsqrt(r1**2+(xo+x1)**2)
f=(xo+x1)*(xo+x2)-xo**2
!fin de declaraciones del modelo
!declaraciones del algoritmo
zp=3
allocate(q(zp))
allocate(zq(zp))
!Gauss-Seidel
```





```
allocate(qp(zp))
allocate(qpo(zp))
allocate(qpp(zp))
allocate(zc(zp))
allocate(zb(zp))
allocate(zmi(zp))
!Gauss-Seidel
print*,"Si quiere aplicar el algoritmo genetico escriba 1"
print*,"Si quiere aplicar el algoritmo de Gauss-Seidel escriba 0"
read*,zr
if(zr.ne.1) then
do l=1,zp
print*,"valor inicial del parametro numero",l,='
read*,q(l)
end do
zzy=1
goto 110
end if
print*,"probabilidad de cruce ="
read*,zprcr
print*,"probabilidad de mutacion ="
read*,zprmu
print*,"numero de cromosomas ="
read*,zn
allocate(zx(zn,zp))
allocate(zy(zn,zp))
allocate(zfx(zn))
allocate(znr(zn))
allocate(zfx1(zn))
allocate(zcop(zn))
allocate(zco(zn))
zmx1=1e-35
zmin1=1e+35
zpip=0
1000 do zl=1,zp
print*,"valor minimo del parametro",zl
read*,zc(zl)
print*,"valor maximo del parametro",zl
read*,zb(zl)
end do
print*,"exactitud - numero de digitos despues del punto flotante"
read*,zql
print*,"numero de generaciones ="
read*,zg
print*,"Si quiere usar la seleccion de rango escriba 1"
print*,"Si quiere usar la seleccion de torneo escriba 2"
print*,"Si quiere usar la seleccion de ruleta escriba 3"
read*,zs
if(zs.eq.2) then
print*,"Cuantas copias del mejor cromosoma quiere introducir en"
print*,"la poblacion paterna utilizando la seleccion de torneo?"
read*,zzs
end if
if(zs.eq.3) then
print*,"Si quiere utilizar la seleccion deterministica de"
print*,"ruleta escriba 1"
print*,"Si quiere utilizar la seleccion estocastica de"
print*,"ruleta escriba 0"
read*,zsl
end if
!fin de declaraciones del algoritmo
!cálculo de la longitud del cromosoma en base a la
```



---

!exactitud declarada y limites declarados de los parámetros

```
zm=0
do zl=1,zp
zmi(zl)=1
1  if((zb(zl)-zc(zl))*10**zq1>2**zmi(zl)-1) then
zmi(zl)=zmi(zl)+1
goto 1
end if
zm=zm+zmi(zl)
end do
!fin del cálculo de la longitud del cromosoma
allocate(za(zn,zm))
allocate(za1(zn,zm))
allocate(za11(zm))
!generación de la primera población
!paterna aleatoria
call system_clock(zcount)
zseed=zcount
call random_seed(put=zseed)
do zi=1,zn
do zj=1,zm
call random_number(zR)
if (zR(1)<0.5) then
zgen=1
else
zgen=0
end if
za(zi,zj)=zgen
end do
end do
!fin de generación de la población
!cálculo del valor de cada parámetro en
!cada cromosoma
10 do zl4=1,zn
do zl=1,zp
zmi(0)=0
zm1=1
do zl1=0,zl-1
zm1=zm1+zmi(zl1)
end do
zm2=0
do zl1=1,zl
zm2=zm2+zmi(zl1)
end do
zy(zl4,zl)=0
do zl3=zm1,zm2
zy(zl4,zl)=zy(zl4,zl)+za(zl4,zl3)*2**(zm2-zl3)
zx(zl4,zl)=zc(zl)+zy(zl4,zl)*(zb(zl)-zc(zl))/(2**zmi(zl)-1)
end do
end do
end do
!fin del cálculo de cada parámetro
!cálculo del modelo
do zi=1,zn
115  if(zzy.ne.1) then
q(1)=zx(zi,1)
q(2)=zx(zi,2)
q(3)=zx(zi,3)
end if
!condiciones iniciales
i1n=0
ion=0
```



```
q2=0
fo=0
t=0
om=0
ome=0
f2d=0
f2q=0
ffo=0
ffod=0
io=0
ffoq=0
i2d=0
i2q=0
fod=0
foq=0
qm=0
c1=1
s1=0
!fin de condiciones iniciales
80  c1s=c1
s1s=s1
i2d=(omn*(f2d+ffod)-xo*i1*c1)/(xo+x2)
i2q=(omn*(f2q+ffoq)-xo*i1*s1)/(xo+x2)
io=dsqrt((i1*c1+i2d)**2+(i1*s1+i2q)**2)
i2=dsqrt(i2d**2+i2q**2)
gn1=q(2)*r2+q(3)*3*pp**2*f2d/(2*jp)
hn1=q(1)*r2-q(3)*3*pp**2*f2q/(2*jp)
if (dabs(gn1).gt.1d+50)then
if(zzy.ne.1)then
zfx(zi)=1e+18
goto 12
else
goto 390
end if
end if
j1=dsqrt(gn1**2+hn1**2)
s1=gn1/j1
c1=hn1/j1
ome=om+c1*(s1-s1s)/dt-s1*(c1-c1s)/dt
if(12.eq.0)then
i1=i1o
else
i1opt=xo*(r2*(q(1)*c1+q(2)*s1)+q(3)*3*pp**2*(f2d*s1-f2q*c1)/(2*jp))/(3*12*r1*(xo+x2))
if(i1opt.le.i1o) then
i1=i1opt
else
i1=i1o
end if
end if
if(io.le.iom) then
bdt=bm*io/iom
else
bdt=bm
end if
qm=qm+bdt**2*(az*mm*ome**2+(bz*mm-2*mr*az*om)*ome+mr*(az*om-bz*om)*dt)
q2=q2+dt*3*(r1*i1**2+r2*i2**2)/2
if (io.gt.ion) then
ion=io
end if
if(i1.gt.i1n)then
i1n=i1
end if
```



```
11 if (io.le.iom) then
ffo=0
else
ffo=xo*(io-iom)/omn
end if
fod=(xo*(x2*i1*c1/omn+f2d)-x2*ffod)/(xo+x2)
foq=(xo*(x2*i1*s1/omn+f2q)-x2*ffoq)/(xo+x2)
fo=dsqrt(fod**2+foq**2)
if (fo.eq.0) then
ffod=0
ffoq=0
else
ffod=fod*ffo/fo
ffoq=foq*ffo/fo
end if
k1=dt*(r2*xo*i1*c1/(xo+x2)-r2*omn*f2d/(xo+x2)-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m1=dt*(r2*xo*i1*s1/(xo+x2)-r2*omn*f2q/(xo+x2)-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u1=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(f2d*s1-f2q*c1)/omn+x2*(f2q*ffod-f2d*ffoq))
w1=dt*(r2*omn*q(1)/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s1)*q(3))
z1=dt*(r2*omn*q(2)/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*q(3)/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c1))
y1=-dt*i1*mr*bdt**2*(2*az*(ome-om)+bz)
k11=f2d+k1/2
m11=f2q+m1/2
u11=om+u1/2
w11=q(1)+w1/2
z11=q(2)+z1/2
y11=q(3)+y1/2
gn2=z11*r2+y11*3*pp**2*k11/(2*jp)
hn2=w11*r2-y11*3*pp**2*m11/(2*jp)
j2=dsqrt(gn2**2+hn2**2)
s2=gn2/j2
c2=hn2/j2
k2=dt*(r2*xo*i1*c2/(xo+x2)-r2*omn*k11/(xo+x2)-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m2=dt*(r2*xo*i1*s2/(xo+x2)-r2*omn*m11/(xo+x2)-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u2=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(k11*s2-m11*c2)/omn+x2*(m11*ffod-k11*ffoq))
w2=dt*(r2*omn*w11/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s2)*y11)
z2=dt*(r2*omn*z11/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*y11/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c2))
y2=-dt*i1*mr*bdt**2*(2*az*(ome-u11)+bz)
k12=f2d+k2/2
m12=f2q+m2/2
u12=om+u2/2
w12=q(1)+w2/2
z12=q(2)+z2/2
y12=q(3)+y2/2
gn3=z12*r2+y12*3*pp**2*k12/(2*jp)
hn3=w12*r2-y12*3*pp**2*m12/(2*jp)
j3=dsqrt(gn3**2+hn3**2)
s3=gn3/j3
c3=hn3/j3
k3=dt*(r2*xo*i1*c3/(xo+x2)-r2*omn*k12/(xo+x2)-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m3=dt*(r2*xo*i1*s3/(xo+x2)-r2*omn*m12/(xo+x2)-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u3=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(k12*s3-m12*c3)/omn+x2*(m12*ffod-k12*ffoq))
w3=dt*(r2*omn*w12/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s3)*y12)
z3=dt*(r2*omn*z12/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*y12/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c3))
y3=-dt*i1*mr*bdt**2*(2*az*(ome-u12)+bz)
k13=f2d+k3
m13=f2q+m3
u13=om+u3
w13=q(1)+w3
z13=q(2)+z3
y13=q(3)+y3
gn4=z13*r2+y13*3*pp**2*k13/(2*jp)
```



```

hn4=w13*r2-y13*3*pp**2*m13/(2*jp)
j4=dsqrt(gn4**2+hn4**2)
s4=gn4/j4
c4=hn4/j4
k4=dt*(r2*xo*i1*c4/(xo+x2)-r2*omn*k13/(xo+x2)-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m4=dt*(r2*xo*i1*s4/(xo+x2)-r2*omn*m13/(xo+x2)-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u4=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(k13*s4-m13*c4)/omn+x2*(m13*ffod-k13*ffoq)))
w4=dt*(r2*omn*w13/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s4)*y13)
z4=dt*(r2*omn*z13/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*y13/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c4))
y4=-dt*I1*mr*bd**2*(2*az*(ome-u13)+bz)
f2d=f2d+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6
f2q=f2q+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6
om=om+(u1+2*u2+2*u3+u4)/6
q(1)=q(1)+(w1+2*w2+2*w3+w4)/6
q(2)=q(2)+(z1+2*z2+2*z3+z4)/6
q(3)=q(3)+(y1+2*y2+2*y3+y4)/6
if (t.eq.0) then
qm=0
if(om.le.0) then
if(zzy.ne.1)then
zfx(zi)=1e+16
goto 12
else
d1=1d+16
goto 390
end if
end if
end if
if(qm.lt.0.or.om.lt.0)then
if(zzy.ne.1)then
zfx(zi)=1e+16
goto 12
else
d1=1d+16
goto 390
end if
end if
if (dabs(om).le.omr.and.t.lt.trn.and.q(1).lt.1d+6) goto 310
goto321
310 if (q(2).lt.1d+6.and.q(3).lt.1d+6) goto 315
goto321
315 if (f2d.lt.1d+6.and.f2q.lt.1d+6) then
t=t+dt
goto 80
end if
321 if (om.gt.omr) then
om1=omr
else
om1=om
end if
!cálculo del índice de optimización
if(zzy.eq.1) goto 125
if(ion.gt.iom)then
zfx(zi)=11*qm+12*q2+13*t+wsp*dabs(omr/om1)+wsp
else
zfx(zi)=11*qm+12*q2+13*t+wsp*dabs(omr/om1)
end if
!fin del cálculo del índice de optimización
12 end do
!fin del cálculo del modelo
!elección del mejor cromosoma
znr2=1

```



```
zmin=zfx(1)
do zi=1,zn
if(zfx(zi)<zmin) then
zmin=zfx(zi)
znr2=zi
end if
end do
zmin=zfx(znr2)
print*,"valor del indice de optimizacion =",zmin,zk
print*,"incremento del indice =",zmin-zmin1,zpip
!fin de eleccion del mejor cromosoma
!terminación de los cálculos e impresión de los resultados
if(zk>=zg.or.zpip>5) then
f(zmin<zmin1) then
print*,"valor minimo del indice de optimizacion =",zmin,zk
do zi=1,zp
q(zi)=zx(znr2,zi)
zq(zi)=zx(znr2,zi)
end do
zmin1=zmin
do zi=1,zm
za1(zi)=za(znr2,zi)
end do
else
print*,"valor minimo del indice de optimizacion =",zmin1,zk
do zi=1,zp
q(zi)=zq(zi)
end do
end if
do zi=1,zp
print*,"valor del parametro nr",zi,"=",q(zi)
end do
print*,"Si quiere usar otra vez el algoritmo genetico"
print*,"escriba 1 y si no escriba 0"
read*,zyz
if(zyz.eq.1)then
zk=0
zpip=0
deallocate(za)
deallocate(za1)
deallocate(za11)
goto 2
end if
print*,"Si quiere usar el algoritmo de Gauss-Seidel"
print*,"escriba 1 y si no escriba 0"
read*,zzy
if(zzy.eq.1) goto 110
goto 100
end if
!fin de terminación de los cálculos e impresión de los resultados
!memorización de los mejores valores de los parámetros,
!del menor valor del índice de optimización y
!del mejor cromosoma para
!k - ésima generación
if(zmin.eq.zmin1) then
zpip=zpip+1
else
zpip=0
end if
if(zmin<zmin1) then
zmin1=zmin
do zi=1,zp
```



```
zq(zi)=zx(znr2,zi)
end do
do zi=1,zm
za1(zi)=za(znr2,zi)
end do
end if
!fin de memorización
!ordenar a los cromosomas según el rango del mayor
!al menor
zn1=zn
30 if(zn>0) then
znr1=1
znr2=1
zmx=zfx(1)
zmin=zfx(1)
do zi=1,zn1
if(zfx(zi)>zmx) then
zmx=zfx(zi)
znr1=zi
end if
if(zfx(zi)<zmin) then
zmin=zfx(zi)
znr2=zi
end if
end do
zfx1(zn)=zfx(znr2)
do zi=1,zm
za1(zn,zi)=za(znr2,zi)
end do
zfx(znr2)=zfx(znr1)+0.1
zn=zn-1
goto 30
end if
zn=zn1
!fin de ordenar a los cromosomas
!escribir a la tabla de los cromosomas según el rango
do zi=1,zn
zfx(zi)=zfx1(zi)
do zj=1,zm
za(zi,zj)=za1(zi,zj)
end do
end do
!fin de escritura de los cromosomas según el rango
!determinación del numero de las copias de cada cromosoma
!según el método del rango (lineal)
if(zs.eq.1) then
do zk1=1,zn
zcop3=2*zk1/zn
zr1=zcop3-int(zcop3)
if(zr1>=0.5) then
zcop(zk1)=int(zcop3)+1
else
zcop(zk1)=int(zcop3)
end if
zcop1=zcop1+zcop(zk1)
end do
if(zcop1<=zn) then
zcop2=zn-zcop1
zcop(zn)=zcop(zn)+zcop2
else
zcop2=zcop1-zn
znr1=1
```



```
zmx=zcop(1)
do zi=1,zn
if(zcop(zi)>zmx) then
zmx=zcop(zi)
znr1=zi
end if
end do
do zi=znr1,znr1-1+zcop2
zcop(zi)=zcop(zi)-1
end do
end if
zcop1=0
do zi=1,zn
if(zcop(zi).eq.0) then
zcop1=zcop1+1
end if
end do
do zk1=1,zcop1
do zi=1,zn-zk1
do zj=1,zm
za1(zi,zj)=za(zi+zk1,zj)
end do
end do
end do
do zi=1,zn
do zj=1,zm
if(zcop(zi)>1) then
za1(zi-1,zj)=za(zi,zj)
end if
end do
end do
end if
!fin de determinación del número de las copias de cada cromosoma
!utilizando el método de rango
!selección de torneo con la estrategia elitista que consiste
!en la introducción "zcs" copias del mejor cromosoma
!en la población paterna
if(zs.eq.2) then
do zi=1,zm
za1(zn,zi)=za1(zi)
end do
zfx1(zn)=zfx(zn)
do zi=1,zn
do zj=1,2
60      call random_number(zR)
zr1=1+int(zR(1)*(zn))
if (zr1.eq.zn) then
zr1=zn
end if
znr(zj)=zr1
if(znr(1).eq.znr(2)) goto 60
end do
if(zfx(znr(1))<zfx(znr(2))) then
zfx1(zn-zi)=zfx(znr(1))
do      zk1=1,zm
za1(zn-zi,zk1)=za(znr(1),zk1)
end do
else
zfx1(zn-zi)=zfx(znr(2))
do zk1=1,zm
za1(zn-zi,zk1)=za(znr(2),zk1)
end do
```





```
end if
end do
do      zj=1,zzs
do zi=1,zm
za1(zn-zj,zi)=za11(zi)
end do
zfx1(zn-zj)=zfx(zn)
end do
end if
!fin de la seleccion de torneo
!determinacion del número de las copias de cada cromosoma
!con la selección del método de ruleta
if(zs.eq.3) then
zvv=0
do zi=1,zn
zvv=zvv+zfx(zi)
end do
!determinístico
if(zs1.eq.1) then
zcop3=0
do zi=1,zn
zcop(zi)=int((1-zfx(zi)/zvv)*zn)
zcop3=zcop3+zcop(zi)
end do
55      if(zcop3>zn) then
do zj=1,zn
if(zcop(zj)>0.and.zcop3>zn) then
zcop(zj)=zcop(zj)-1
zcop3=zcop3-1
end if
end do
goto 55
end if
zcop1=0
do zi=1,zn
if (zcop(zi).eq.0) then
zcop1=zcop1+1
end if
end do
do zk1=1,zcop1
do zi=1,zn-zk1
zfx1(zi)=zfx(zi+zk1)
do zj=1,zm
za1(zi,zj)=za(zi+zk1,zj)
end do
end do
end do
do zi=1,zn
if(zcop(zi)>1) then
zfx1(zi-1)=zfx(zi)
end if
do zj=1,zm
if (zcop(zi)>1) then
za1(zi-1,zj)=za(zi,zj)
end if
end do
end do
end if
!fin de determinación del número de copias del método determinístico de ruleta
!estocástico
if(zs1.ne.1)then
!determinación del número de las copias - método estocástico de ruleta
```



```
do zi=1,zn
zco(zi)=1-zfx(zi)/zv
end do
do zi=1,zn
zcop(zi)=0
end do
do zi=1,zn
call random_number(zR)
zr1=zco(1)
zk1=1
61   if(zk1<zn+1) then
if(zR(1)<=zr1) then
zcop(zk1)=zcop(zk1)+1
else
zr1=zr1+zco(zk1+1)
zk1=zk1+1
goto 61
end if
end if
end do
zi=1
63   if(zi<=zn) then
if(zcop(zi).eq.0)then
zj=1
62   if(zj<=zn)then
if(zcop(zj)>1)then
zfx1(zi)=zfx(zj)
do zk1=1,zm
za1(zi,zk1)=za(zj,zk1)
end do
zcop(zj)=zcop(zj)-1
goto 64
end if
zj=zj+1
goto 62
end if
end if
64   zi=zi+1
goto 63
end if
end if
end if
!fin de determinación del número de las copias con el método estocástico de ruleta
!creación de la población paterna
do zi=1,zn
zfx(zi)=zfx1(zi)
do zj=1,zm
za(zi,zj)=za1(zi,zj)
end do
end do
!fin de la creación de la población paterna
!aplicación de cruce y mutación para crear
!nueva población
!cruce
do zi=1,zn/2
do zj=1,2
call random_number(zR)
zr1=1+int(zR(1)*zn)
if (zr1.eq.zn+1) then
zr1=zn
end if
znr(zj)=zr1
```



```
end do
call random_number(zR)
zr2=1+int(zR(1)*zm)
if(zr2.eq.zm+1) then
zr2=zm
end if
do zk1=1,zr2
do zj=zr2,zm
call random_number(zR)
if(zR(1)<zprcr) then
za1(znr(1),zk1)=za(znr(1),zk1)
za1(znr(1),zj)=za(znr(2),zj)
za1(znr(2),zk1)=za(znr(2),zk1)
za1(znr(2),zj)=za(znr(1),zj)
end if
end do
end do
end do
!mutación
do zi=1,zn
do zj=1,zm
call random_number(zR)
if(zR(1)<zprmu) then
zk1=zj
if (za1(zi,zk1).eq.1) then
za1(zi,zk1)=0
else
za1(zi,zk1)=1
end if
end if
end do
end do
do zi=1,zn
do zj=1,zm
za(zi,zj)=za1(zi,zj)
end do
end do
!fin de la creación de la nueva población paterna
!crear la siguiente generación
zk=zk+1
goto 10
!Gauss-Seidel
110 print*,"incremento inicial de los parametros ="
read*,dlc
write(*,*)'paso de integracion ='
read(5,*) dt
print*,"primer parametro para calcular ="
read*,n2
!condiciones iniciales del modelo
i1n=0
ion=0
q2=0
fo=0
t=0
om=0
f2d=0
f2q=0
ffo=0
ffod=0
io=0
ffoq=0
i2d=0
```



```
i2q=0
fod=0
foq=0
qm=0
c1=1
s1=0
!fin de las condiciones iniciales del modelo
!condiciones iniciales del las variables del algoritmo de Gauss-Seidel
dp=3.1d+17
d1p=2.2d+17
do l=1,zp
  qpp(l)=q(l)
  qp(l)=q(l)
  qpo(l)=q(l)
end do
n=n2
d=dp
d1=d1p
dl=dlc
dlo=dlc
x=0
s=0
bt=1d-12
p=2
q1=10*p**zp
et=1d-12
mi=1d-5
!fin de las condiciones iniciales de las variables
!del algoritmo de Gauss-Seidel
!algoritmo de Gauss-Seidel
70 if (dabs(d1).lt.mi.or.dabs(dlo).lt.et) goto 750
!cálculo del modelo
goto 115
!fin del cálculo del modelo
!cálculo del índice de optimización para
!el algoritmo de Gauss-Seidel
125 if(ion.gt.iom) then
d1=11*qm+l2*q2+l3*t+wsp*dabs(omr/om1)+wsp
else
d1=11*qm+l2*q2+l3*t+wsp*dabs(omr/om1)
end if
!fin de cálculo del índice de optimización
390 print*,n,t,om,dl,d1,q2,qm,ion,i1n
if (d.gt.d1) goto 430
print*,d
do l=1,zp
  print*,qpo(l)
end do
goto 450
430 print*,d1
do l=1,zp
  print*,qp(l)
  qpo(l)=qp(l)
end do
450 if (dabs(d-d1).lt.bt.or.dabs(dl).lt.bt/10000) goto 560
if (d1.ge.d) goto 520
if (s.eq.1) goto 500
s=1
x=x+1
dl=dl*p
goto 690
500 s=0
```



```
goto 690
520 qp(n)=qp(n)-dl
550 dl=dl/p
s=1
goto 690
560 if (dlo.gt.0) goto 565
if (x.ge.2.or.dl.ge.0) goto 590
goto 567
565 if (x.ge.2.or.dl.le.0) goto 590
567 qp(n)=qpo(n)
580 dl=-dlo
goto 640
590 if (d.lt.d1) goto 650
600 if (n.eq.zp) goto 620
n=n+1
goto 630
620 n=1
630 if (n.eq.n2) then
dlo=dlo/q1
else
dlo=dlo*p
end if
635 dl=dlo
640 s=0
x=0
goto 690
650 qp(n)=qpo(n)
680 goto 600
690 qp(n)=qp(n)+dl
720 if (d.gt.d1) then
d=d1
end if
730 do l=1,zp
q(l)=qp(l)
end do
!condiciones iniciales del modelo
i1n=0
ion=0
q2=0
fo=0
t=0
om=0
f2d=0
f2q=0
ffo=0
ffod=0
io=0
ffoq=0
i2d=0
i2q=0
fod=0
foq=0
qm=0
c1=1
s1=0
!fin de condiciones iniciales del modelo
goto 70
750 print*,"*"
do l=1,zp
print*,"valor del parametro nr.",l,"=",qpo(l)
end do
print*,"valor minimo del indice de optimizacion =",d
```



```
print*,"Si quiere usar otra vez el algoritmo de Gauss-Seidel"  
print*,"escriba 1 y si no escriba 0"  
read*,zzt  
if(zzt.eq.1) then  
do zi=1,zp  
q(zi)=qpo(zi)  
end do  
goto 110  
end if  
stop  
!fin del algoritmo de Gauss-Seidel  
100 end
```

## D.2 PROGRAMA DE SIMULACIÓN DE ARRANQUE ÓPTIMO

### D.2.1 Datos que requiere el programa

El programa de control óptimo pide los datos en pantalla y son pedidos uno a uno. Los datos que requiere para cada motor son los siguientes:

- Valor inicial de las variables conjugadas:  $V_1(0)$ ,  $V_2(0)$  y  $V_3(0)$
- Tiempo de arranque:  $t_r$
- Datos correspondientes a cada motor (3 H.P., 500 H.P y 2250 H.P.).
- Paso de integración:  $dt$
- Coeficientes del índice de optimización ( $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ ).

Los resultados son guardados en un archivo de salida el cual tiene el nombre de figuras1. Los resultados que se encuentran en este archivo son: velocidad angular, pérdidas eléctricas, pérdidas magnéticas, par electromagnético, amplitud de la corriente de magnetización, voltaje de alimentación, corriente de fase, amplitud del voltaje de fase, frecuencia del voltaje de fase, amplitud de la corriente del estator, amplitud de la corriente del rotor, amplitud del flujo de magnetización, pérdidas totales.

### D.2.2 Programa para simular el arranque óptimo

```
c programa figuras1-12=0Qt+t.for  
c minimización de las pérdidas totales  
c modelo con saturación omegak=omegar  
c alimentación senoidal, cálculo de las pérdidas magnéticas  
c tomando en consideración la amplitud de la corriente de magnetización  
real*8 q1,q2,q3  
real*8 io,omn,r1,r2,x1,x2,xo,ip,bdt  
real*8 i1,iom,um,dt,t,trn  
real*8 i2d,i2q,f2d,f2q,ffod,ffoq,ffo,fod  
real*8 foq,fo,c1,s1,gn1,hn1,j1,k1,om  
real*8 m1,u1,f,w1,z1,y1,k11,m11  
real*8 u11,w11,z11,y11,gn2,hn2,j2,c2,s2  
real*8 k2,m2,u2,w2,z2,y2,k12,m12,u12,w12  
real*8 z12,y12,gn3,hn3,j3,c3,s3,k3,m3,u3  
real*8 z3,w3,y3,k13,m13,u13,w13,z13,y13  
real*8 gn4,hn4,j4,c4,s4,k4,m4,u4,w4,z4,y4  
real*8 q5,me,ia,i2,c1s,fods,foqs
```



```
real*8 u1d,u1q,u,ua,ome,beta,betap
real*8 az,bz,mm,mr,bm,qm
real*8 l1,l2,l3,i1o,i1opt,a
integer p,w,ww,m,pp
dimension o1(0:1000)
dimension o2(0:1000)
dimension o3(0:1000)
dimension o4(0:1000)
dimension o5(0:1000)
dimension o6(0:1000)
dimension o7(0:1000)
dimension o8(0:1000)
dimension o9(0:1000)
dimension o10(0:1000)
dimension o11(0:1000)
dimension o12(0:1000)
dimension o13(0:1000)
dimension o14(0:1000)
dimension o15(0:1000)
write(*,*)'um='
read(5,*) um
write(*,*)'V1(0)='
read(5,*) q1
write(*,*)'V2(0)='
read(5,*) q2
write(*,*)'V3(0)='
read(5,*) q3
write(*,*)'numero de pares de polos p='
read(5,*) pp
write(*,*)'valor nominal de la frecuencia angular omn='
read(5,*) omn
write(*,*)'R1='
read(5,*) r1
write(*,*)'R2='
read(5,*) r2
write(*,*)'X1='
read(5,*) x1
write(*,*)'X2='
read(5,*) x2
write(*,*)'Xo='
read(5,*) xo
write(*,*)'J='
read(5,*) jp
write(*,*)'Mm='
read(5,*) mm
write(*,*)'Mr='
read(5,*) mr
write(*,*)'valor limite de la corriente del estator i1o='
read(5,*) i1o
write(*,*)'tiempo de arranque trn='
read(5,*) trn
iom=um/dsqrt(r1**2+(xo+x1)**2)
f=(xo+x1)*(xo+x2)-xo**2
a=r1*(xo+x2)**2+r2*xo**2
write(*,*)'paso de integracion dt='
read(5,*) dt
write(*,*)'ww='
read(5,*) ww
write(*,*)'coeficiente de las perdidas magneticas l1='
read(5,*) l1
write(*,*)'coeficiente de las perdidas electricas l2='
read(5,*) l2
```



```
write(*,*)'coeficiente del tiempo l3='
read(5,*) l3
do i=0,1000
o1(i)=0
o2(i)=0
o3(i)=0
o4(i)=0
o5(i)=0
o6(i)=0
o7(i)=0
o8(i)=0
o9(i)=0
o10(i)=0
o11(i)=0
o12(i)=0
o13(i)=0
o14(i)=0
o15(i)=0
end do
t=0
om=0
f2d=0
f2q=0
ffo=0
ffod=0
ffoq=0
io=0
i2d=0
i2q=0
fod=0
foq=0
fo=0
q5=0
qm=0
qmz=0
az=6.584d-6
bz=2.387d-3
bm=1.5
c1=1
s1=0
w=0
80 c1s=c1
s1s=s1
fods=fod
foqs=foq
i2d=(omn*(f2d+ffod)-xo*i1*c1)/(xo+x2)
i2q=(omn*(f2q+ffoq)-xo*i1*s1)/(xo+x2)
i2=dsqrt(i2d**2+i2q**2)
io=dsqrt((i1*c1+i2d)**2+(i1*s1+i2q)**2)
gn1=q2*r2+q3*3*pp**2*f2d/(2*jp)
hn1=q1*r2-q3*3*pp**2*f2q/(2*jp)
j1=dsqrt(gn1**2+hn1**2)
s1=gn1/j1
c1=hn1/j1
betap=c1*(s1-s1s)/dt-s1*(c1-c1s)/dt
ome=om+betap
beta=betap/omn
if(l2.eq.0)then
i1=i1o
else
i1opt=xo*(r2*(q1*c1+q2*s1)+q3*3*pp**2*(f2d*s1-f2q*c1)/(2*jp))/(3*l2*r1*(xo+x2))
if(i1opt.le.i1o) then
```





```
i1=i1opt
else
i1=i1o
end if
end if
if(io.le.iom) then
bdt=bm*io/iom
else
bdt=bm
end if
qm=qm+bdt**2*(az*mm*ome**2+(bz*mm-2*mr*az*om)*ome+mr*(az*om-bz)*om)*dt
q5=q5+dt**3*(r1*i1**2+r2*i2**2)/2
me=3*pp*xo*i1*(f2d*s1-f2q*c1)/(2*(xo+x2))+3*pp*omn*xo*x2*(f2q*ffod-f2d*ffoq)/(2*f*(xo+x2))
10 if (io.le.iom) then
ffo=0
else
ffo=xo*(io-iom)/omn
end if
fod=(xo*(x2*i1*c1/omn+f2d)-x2*ffod)/(xo+x2)
foq=(xo*(x2*i1*s1/omn+f2q)-x2*ffoq)/(xo+x2)
fo=dsqrt(fod**2+foq**2)
u1d=x1*i1*(c1-c1s)/(dt*omn)+(fod-fods)/dt+r1*i1*c1-om*x1*i1*s1/omn-om*foq
u1q=x1*i1*(s1-s1s)/(dt*omn)+(foq-foqs)/dt+r1*i1*s1+om*x1*i1*c1/omn+om*fod
u=dsqrt(u1d**2+u1q**2)
ua=u*sin(ome*t)
ia=i1*sin(ome*t)
if (fo.eq.0) then
ffod=0
ffoq=0
else
ffod=fod*ffo/fo
ffoq=foq*ffo/fo
end if
k1=dt*(r2*xo*i1*c1/(xo+x2)-r2*omn*f2d/(xo+x2)-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m1=dt*(r2*xo*i1*s1/(xo+x2)-r2*omn*f2q/(xo+x2)-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u1=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(f2d*s1-f2q*c1)/omn+x2*(f2q*ffod-f2d*ffoq)))
w1=dt*(r2*omn*q1/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s1)*q3)
z1=dt*(r2*omn*q2/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*q3/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c1))
y1=-dt*i1*mr*bdt**2*(2*az*(ome-om)+bz)
k11=f2d+k1/2
m11=f2q+m1/2
u11=om+u1/2
w11=q1+w1/2
z11=q2+z1/2
y11=q3+y1/2
gn2=z11*r2+y11*3*pp**2*k11/(2*jp)
hn2=w11*r2-y11*3*pp**2*m11/(2*jp)
j2=dsqrt(gn2**2+hn2**2)
s2=gn2/j2
c2=hn2/j2
k2=dt*(r2*xo*i1*c2/(xo+x2)-r2*omn*k11/(xo+x2)-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m2=dt*(r2*xo*i1*s2/(xo+x2)-r2*omn*m11/(xo+x2)-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u2=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(k11*s2-m11*c2)/omn+x2*(m11*ffod-k11*ffoq)))
w2=dt*(r2*omn*w11/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s2)*y11)
z2=dt*(r2*omn*z11/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*y11/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c2))
y2=-dt*i1*mr*bdt**2*(2*az*(ome-u11)+bz)
k12=f2d+k2/2
m12=f2q+m2/2
u12=om+u2/2
w12=q1+w2/2
z12=q2+z2/2
y12=q3+y2/2
```



```

gn3=z12*r2+y12*3*pp**2*k12/(2*jp)
hn3=w12*r2-y12*3*pp**2*m12/(2*jp)
j3=dsqrt(gn3**2+hn3**2)
s3=gn3/j3
c3=hn3/j3
k3=dt*(r2*xo*i1*c3/(xo+x2)-r2*omn*k12/(xo+x2)-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m3=dt*(r2*xo*i1*s3/(xo+x2)-r2*omn*m12/(xo+x2)-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u3=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(k12*s3-m12*c3)/omn+x2*(m12*ffod-k12*ffoq)))
w3=dt*(r2*omn*w12/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s3)*y12)
z3=dt*(r2*omn*z12/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*y12/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c3))
y3=-dt*i1*mr*bdt**2*(2*az*(ome-u12)+bz)
k13=f2d+k3
m13=f2q+m3
u13=om+u3
w13=q1+w3
z13=q2+z3
y13=q3+y3
gn4=z13*r2+y13*3*pp**2*k13/(2*jp)
hn4=w13*r2-y13*3*pp**2*m13/(2*jp)
j4=dsqrt(gn4**2+hn4**2)
s4=gn4/j4
c4=hn4/j4
k4=dt*(r2*xo*i1*c4/(xo+x2)-r2*omn*k13/(xo+x2)-r2*omn*ffod/(xo+x2))
m4=dt*(r2*xo*i1*s4/(xo+x2)-r2*omn*m13/(xo+x2)-r2*omn*ffoq/(xo+x2))
u4=dt*((3*pp**2*omn*xo/(2*f*jp*(xo+x2)))*(f*i1*(k13*s4-m13*c4)/omn+x2*(m13*ffod-k13*ffoq)))
w4=dt*(r2*omn*w13/(xo+x2)+(3*pp**2*xo/(2*jp*(xo+x2)))*(x2*omn*ffoq/f-i1*s4)*y13)
z4=dt*(r2*omn*z13/(xo+x2)+(3*pp**2*xo*y13/(2*jp*(xo+x2)))*(-x2*omn*ffod/f+i1*c4))
y4=-dt*i1*mr*bdt**2*(2*az*(ome-u13)+bz)
f2d=f2d+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6
f2q=f2q+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6
om=om+(u1+2*u2+2*u3+u4)/6
q1=q1+(w1+2*w2+2*w3+w4)/6
q2=q2+(z1+2*z2+2*z3+z4)/6
q3=q3+(y1+2*y2+2*y3+y4)/6
if (t.eq.0) then
qm=0
end if
if (t.le.tm) then
t=t+dt
w=w+1
if (w.eq.ww) then
m=m+1
o1(m)=t
o2(m)=om/pp
o3(m)=q5
o4(m)=me
o5(m)=io
o6(m)=ua
o7(m)=ia
o8(m)=u
o9(m)=ome
o10(m)=i1
o11(m)=i2
o12(m)=fo
o13(m)=qm
o14(m)=beta
o15(m)=qm+q5
write(*,*) o1(m),o2(m),o13(m),o3(m)
w=0
goto 80
end if
goto 80

```



```
end if
open (unit=10,file='c:\a\figuras1.rys')
write(10,1)(o1(p),o2(p),o3(p),o13(p),o4(p),o5(p),o6(p),
2 o7(p),o8(p),o9(p),o10(p),o11(p),o12(p),
3 o14(p),o15(p),p=1,1000,1)
1 format(15f15.5)
stop
end
```

# APÉNDICE E

## TABLA DE COEFICIENTES DEL ÍNDICE DE OPTIMIZACIÓN Y TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

### E.1 TABLA DE COEFICIENTES DEL ÍNDICE DE OPTIMIZACIÓN

En la siguiente tabla se muestran las distintas combinaciones utilizadas para los coeficientes del índice de optimización considerando que  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ .

**Tabla E.1. Coeficientes del índice de optimización**

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$
0	0	1
0.01	0.09	0.9
0.02	0.08	0.9
0.03	0.07	0.9
0.04	0.06	0.9
0.05	0.05	0.9
0.06	0.04	0.9
0.07	0.03	0.9
0.08	0.02	0.9
0.09	0.01	0.9
0.02	0.18	0.8
0.04	0.16	0.8
0.06	0.14	0.8
0.08	0.12	0.8
0.1	0.1	0.8
0.12	0.08	0.8
0.14	0.06	0.8
0.16	0.04	0.8
0.18	0.02	0.8
0.03	0.27	0.7
0.06	0.24	0.7
0.09	0.21	0.7
0.12	0.18	0.7
0.15	0.15	0.7
0.18	0.12	0.7
0.21	0.09	0.7
0.24	0.06	0.7
0.27	0.03	0.7
0.04	0.36	0.6
0.08	0.32	0.6
0.12	0.28	0.6
0.16	0.24	0.6
0.2	0.2	0.6
0.24	0.16	0.6
0.28	0.12	0.6
0.32	0.08	0.6
0.36	0.04	0.6
0.05	0.45	0.5
0.1	0.4	0.5
0.15	0.35	0.5
0.2	0.3	0.5
0.25	0.25	0.5
0.3	0.2	0.5
0.35	0.15	0.5
0.4	0.1	0.5
0.45	0.05	0.5
0.06	0.54	0.4
0.12	0.48	0.4
0.18	0.42	0.4
0.24	0.36	0.4
0.3	0.3	0.4
0.36	0.24	0.4
0.42	0.18	0.4
0.48	0.12	0.4
0.54	0.06	0.4
0.07	0.63	0.3
0.14	0.56	0.3
0.21	0.49	0.3
0.28	0.42	0.3
0.35	0.35	0.3
0.42	0.28	0.3
0.49	0.21	0.3
0.56	0.14	0.3
0.63	0.07	0.3
0.08	0.72	0.2
0.16	0.64	0.2
0.24	0.56	0.2
0.32	0.48	0.2
0.4	0.4	0.2
0.48	0.32	0.2
0.56	0.24	0.2
0.64	0.16	0.2
0.72	0.08	0.2
0.09	0.81	0.1
0.18	0.72	0.1
0.27	0.63	0.1
0.36	0.54	0.1
0.45	0.45	0.1
0.54	0.36	0.1
0.63	0.27	0.1
0.72	0.18	0.1
0.81	0.09	0.1
0	1	0
1	0	0

La combinación de coeficientes  $\lambda_1=0$ ,  $\lambda_2=0$  y  $\lambda_3=1$  corresponde al control que minimiza solamente el tiempo de control.

La combinación de coeficientes  $\lambda_1=0$ ,  $\lambda_2=1$  y  $\lambda_3=0$  corresponde al control que minimiza solamente las pérdidas eléctricas (pérdidas en los devanados del estator y del rotor).

La combinación de coeficientes  $\lambda_1=1$ ,  $\lambda_2=0$  y  $\lambda_3=0$  corresponde al control que minimiza solamente las pérdidas magnéticas (pérdidas en el núcleo magnético del motor).

En las tablas de los resultados de simulación se presenta también la combinación de los coeficientes  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  (con el coeficiente  $\lambda_3=0$ ) para el cual se obtuvo el control que minimiza las pérdidas totales (la suma de las pérdidas eléctricas y magnéticas basándose en los resultados obtenidos en el trabajo [31]).

## E.2 TABLAS DE RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 3 H.P.

A continuación se presentan las tablas de los resultados para el motor de 3 H.P. con dos diferentes valores de la amplitud de corriente del estator. Los resultados sombreados son soluciones no dominadas.

**Tabla E.2.1. Resultados de la simulación con limitación de  $i_1^0=8$  A**

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_{el}$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
1	0	0	$V_1(0)=-94.5969815702434$	16.962	1945.82	21.32	1967.14	1.259	8
<b>Minimización de pérdidas magnéticas</b>			$V_2(0)=259.6952066039737$						
			$V_3(0)=40.04324248211566$						
0	1	0	$V_1(0)=-177.6886480694989$	2.856	233.94	44.89	278.83	5.66	8
<b>Minimización de pérdidas eléctricas</b>			$V_2(0)=-192.3704623913113$						
			$V_3(0)=11.43321990995112$						
0	0	1	$V_1(0)=-2105.248827740831$	2.846	235.63	43.96	279.59	5.66	8
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>			$V_2(0)=-1810.4999999837$						
			$V_3(0)=-121.2265586853027$						
0.3	0.7	0	$V_1(0)=283.8499038302737$	2.858	233.87	46.02	279.89	5.773	8
<b>Minimización de pérdidas totales</b>			$V_2(0)=248.1235745314696$						
			$V_3(0)=16.46179049689341$						
0.01	0.09	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-198.959278355635$	2.8645	236.055	45.676	281.731	6.06	8
			$V_2(0)=-488.2511880524287$						
			$V_3(0)=-23.0183343910772$						
0.02	0.08	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-232.421855393204$	2.8605	236.157	45.734	281.891	5.864	8
			$V_2(0)=-421.9778657409752$						
			$V_3(0)=-21.0328180395756$						
0.03	0.07	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-494.5365516732589$	2.8572	236.285	45.516	281.801	5.665	8
			$V_2(0)=-128.1125589692616$						
			$V_3(0)=-22.30374815026471$						
0.04	0.06	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-94.72606619791394$	2.8535	236.503	45.31	281.813	5.659	8
			$V_2(0)=302.4900746709309$						
			$V_3(0)=-13.83900149086591$						
0.05	0.05	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-1.63745880482251e-6$	2.944	249.754	44.278	294.033	5.657	8
			$V_2(0)=-105.6502809532821$						
			$V_3(0)=4.613003367196469$						
0.06	0.04	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-368.401040797601$	2.8483	237.132	44.748	281.88	5.659	8
			$V_2(0)=-483.7533577845509$						
			$V_3(0)=-26.54751337818947$						
0.07	0.03	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-236.058182571238$	2.9402	250.511	43.529	294.041	5.649	8
			$V_2(0)=-492.0904594455301$						
			$V_3(0)=-23.8288615762356$						
0.08	0.02	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-343.235121293895$	2.9397	251.025	43.39	294.415	5.65	8
			$V_2(0)=-341.069465118243$						
			$V_3(0)=-21.12636054749667$						
0.09	0.01	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-239.5821520292346$	2.9416	252.097	43.233	295.33	6.651	8
			$V_2(0)=-317.686591825637$						
			$V_3(0)=-17.37267611624286$						
0.02	0.18	<b>0.80</b>	$V_1(0)=266.5405111980062$	2.8683	235.995	46.41	282.405	6.217	8
			$V_2(0)=-165.038775850418$						
			$V_3(0)=-13.68709956138128$						
0.04	0.16	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-143.9513733938329$	2.8624	236.102	45.97	282.072	5.962	8
			$V_2(0)=355.9316395038466$						
			$V_3(0)=-23.83501269789474$						
0.06	0.14	<b>0.80</b>	$V_1(0)=404.0330642338666$	2.8586	236.225	45.723	281.948	5.754	8
			$V_2(0)=368.1597545759434$						
			$V_3(0)=-23.86477057368082$						
0.08	0.12	<b>0.80</b>	$V_1(0)=499.9999673092302$	2.8541	236.45	45.347	281.797	5.659	8
			$V_2(0)=-500.0000035719019$						
			$V_3(0)=30.87191568028101$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.10	0.10	0.80	$V_1(0)=-499.9967077777502$	2.8512	236.706	45.113	281.819	5.659	8
			$V_2(0)=-499.99879160711$						
			$V_3(0)=30.87194826894283$						
0.12	0.08	0.80	$V_1(0)=-316.0950730836049$	2.8484	237.111	44.919	282.03	5.659	8
			$V_2(0)=-242.1795970859591$						
			$V_3(0)=17.3859287726239$						
0.14	0.06	0.80	$V_1(0)=488.0972491584422$	2.847	237.533	44.658	282.191	5.659	8
			$V_2(0)=447.19763024457$						
			$V_3(0)=28.902385866673$						
0.16	0.04	0.80	$V_1(0)=-232.3700881859019$	2.9398	251.241	43.562	294.803	5.656	8
			$V_2(0)=267.3529432129384$						
			$V_3(0)=15.46633273203774$						
0.18	0.02	0.80	$V_1(0)=468.7437654769118$	2.869	235.988	46.452	282.44	6.243	8
			$V_2(0)=-198.959323843849$						
			$V_3(0)=22.23211508083819$						
0.03	0.27	0.7	$V_1(0)=468.7437654769118$	2.869	235.988	46.452	282.44	6.243	8
			$V_2(0)=-198.959323843849$						
			$V_3(0)=22.23211508083819$						
0.06	0.24	0.7	$V_1(0)=310.0577825584053$	2.8631	236.086	45.508	281.593	5.996	8
			$V_2(0)=-492.0534217105232$						
			$V_3(0)=25.39195875348622$						
0.09	0.21	0.7	$V_1(0)=-120.9104827309913$	2.8589	236.213	45.819	282.032	5.772	8
			$V_2(0)=484.2068984009389$						
			$V_3(0)=-21.7895781284834$						
0.12	0.18	0.7	$V_1(0)=484.3869204767404$	2.8553	236.385	45.547	281.931	5.659	8
			$V_2(0)=-243.590831675859$						
			$V_3(0)=23.67202391133161$						
0.15	0.15	0.7	$V_1(0)=-500.0098020856163$	2.8517	236.655	45.218	281.873	5.659	8
			$V_2(0)=499.9923688804499$						
			$V_3(0)=30.87246343809721$						
0.18	0.12	0.7	$V_1(0)=256.8282048957896$	2.8486	237.071	44.955	282.026	5.659	8
			$V_2(0)=-485.0578298725164$						
			$V_3(0)=23.96353408169424$						
0.21	0.09	0.7	$V_1(0)=-72.25228078490555$	2.9402	250.509	43.853	294.363	6.657	8
			$V_2(0)=385.2420718784622$						
			$V_3(0)=17.11430832642872$						
0.24	0.06	0.7	$V_1(0)=461.737328162238$	2.9398	251.24	43.53	294.77	5.655	8
			$V_2(0)=374.0414923057633$						
			$V_3(0)=25.94545627883669$						
0.27	0.03	0.7	$V_1(0)=-499.5101083723052$	3.0352	265.274	42.417	307.691	5.622	8
			$V_2(0)=-281.2277750497572$						
			$V_3(0)=25.03191775871798$						
0.04	0.36	0.6	$V_1(0)=424.59621282153$	2.8691	235.987	46.528	282.515	6.247	8
			$V_2(0)=46.84253057580173$						
			$V_3(0)=18.65006436993762$						
0.08	0.32	0.6	$V_1(0)=-250.9612247547534$	2.8641	236.063	46.204	282.267	6.042	8
			$V_2(0)=486.060095031447$						
			$V_3(0)=23.88293704971645$						
0.12	0.28	0.6	$V_1(0)=-377.3907939250923$	2.8593	236.199	45.902	282.1	5.796	8
			$V_2(0)=-269.0116362676083$						
			$V_3(0)=20.23469391794443$						
0.16	0.24	0.6	$V_1(0)=499.993084478953$	2.8554	236.379	45.558	281.937	5.659	8
			$V_2(0)=-499.9924679702673$						
			$V_3(0)=30.87201876199081$						
0.2	0.2	0.6	$V_1(0)=-419.6448284255143$	2.8517	236.656	45.305	281.961	5.659	8
			$V_2(0)=-273.3596853847971$						
			$V_3(0)=21.86681343729839$						
0.24	0.16	0.6	$V_1(0)=366.6558250232507$	2.9421	250.016	44.071	294.087	5.657	8
			$V_2(0)=-370.4719168252909$						
			$V_3(0)=22.75860385460062$						



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.28	0.12	0.6	$V_1(0)=499.6276455960415$	3.0337	263.364	42.851	306.214	5.623	8
			$V_2(0)=-500.1992402424861$						
			$V_3(0)=30.87165253041462$						
0.32	0.08	0.6	$V_1(0)=296.7204634685193$	2.938	251.243	43.62	294.863	5.656	8
			$V_2(0)=-499.9240027958878$						
			$V_3(0)=25.38383467964429$						
0.36	0.04	0.6	$V_1(0)=1.24071940728197e-2$	3.0356	265.401	42.936	308.337	5.652	8
			$V_2(0)=-113.8194598539081$						
			$V_3(0)=4.973195764204482$						
0.05	0.45	0.5	$V_1(0)=-46.71519692102807$	2.869	235.989	46.612	282.602	6.239	8
			$V_2(0)=-261.654967522708$						
			$V_3(0)=11.60449796864551$						
0.10	0.40	0.5	$V_1(0)=497.9795978850821$	2.8643	236.059	46.262	282.322	6.051	8
			$V_2(0)=-90.57596927667754$						
			$V_3(0)=22.09853437983869$						
0.15	0.35	0.5	$V_1(0)=499.9999650361132$	2.8591	236.206	45.858	282.064	5.784	8
			$V_2(0)=-499.9999104350475$						
			$V_3(0)=30.87239240568351$						
0.20	0.30	0.5	$V_1(0)=-460.7729613061382$	2.8552	236.391	45.58	281.971	5.659	8
			$V_2(0)=484.3748209444659$						
			$V_3(0)=29.18847207522214$						
0.25	0.25	0.5	$V_1(0)=208.0459051682809$	2.9448	249.671	44.401	294.072	5.658	8
			$V_2(0)=-405.4371602759671$						
			$V_3(0)=19.89750796838852$						
0.30	0.20	0.5	$V_1(0)=-405.835541965581$	2.9419	250.051	44.057	294.108	5.657	8
			$V_2(0)=-484.350252548201$						
			$V_3(0)=27.59063405094001$						
0.35	0.15	0.5	$V_1(0)=-485.8272041292238$	2.9402	250.509	43.856	294.365	5.657	8
			$V_2(0)=-428.4362224679432$						
			$V_3(0)=28.28325867376471$						
0.40	0.10	0.5	$V_1(0)=493.5691459417989$	2.9398	251.243	43.629	294.872	5.657	8
			$V_2(0)=506.0380865958022$						
			$V_3(0)=30.86523551331914$						
0.45	0.05	0.5	$V_1(0)=468.7963859923627$	3.0353	265.304	42.475	307.78	5.627	8
			$V_2(0)=327.8064911308572$						
			$V_3(0)=24.98101211945194$						
0.06	0.54	0.4	$V_1(0)=451.04199677005$	2.8696	235.982	46.612	282.594	6.265	8
			$V_2(0)=-122.7872021665469$						
			$V_3(0)=20.40895793946753$						
0.12	0.48	0.4	$V_1(0)=269.0114747535884$	2.9568	249.087	45.003	294.091	6.023	8
			$V_2(0)=-54.9583405866952$						
			$V_3(0)=11.9881180521942$						
0.18	0.42	0.4	$V_1(0)=-499.9984656637566$	2.8597	236.184	45.932	282.116	5.819	8
			$V_2(0)=-499.99618369434305$						
			$V_3(0)=30.87243664306455$						
0.24	0.36	0.4	$V_1(0)=-442.4424759099238$	2.8556	236.368	45.642	282.01	5.659	8
			$V_2(0)=-479.4172623456122$						
			$V_3(0)=28.48359835890945$						
0.30	0.30	0.4	$V_1(0)=280.2697499053287$	2.945	249.652	44.539	294.191	5.658	8
			$V_2(0)=242.1854744468346$						
			$V_3(0)=16.17438738061609$						
0.36	0.24	0.4	$V_1(0)=281.9168222984262$	2.9421	250.015	44.336	294.351	5.658	8
			$V_2(0)=-165.8849341239471$						
			$V_3(0)=14.28401723527185$						
0.42	0.18	0.4	$V_1(0)=-355.9441559426533$	2.8471	237.486	44.871	282.358	5.659	8
			$V_2(0)=-313.9524247191385$						
			$V_3(0)=20.72409208838582$						
0.48	0.12	0.4	$V_1(0)=287.6882033958957$	3.0329	264.264	42.815	307.079	5.64	8
			$V_2(0)=-108.870376970949$						
			$V_3(0)=13.43498274531375$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_m$ [A]	$i_i$ [A]
0.54	0.06	<b>0.4</b>	$V_1(0)=-374.8335445715167$	3.0354	265.334	42.51	307.844	5.63	8
			$V_2(0)=-406.1902920522846$						
			$V_3(0)=24.13793245490572$						
0.07	0.63	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-25.07781658442482$	2.9584	249.054	45.198	294.252	6.094	8
			$V_2(0)=-275.9390502722494$						
			$V_3(0)=-12.0973554874425$						
0.14	0.56	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-341.7979298494195$	2.9551	249.128	44.867	293.995	5.941	8
			$V_2(0)=-483.396868288548$						
			$V_3(0)=-25.84829751588208$						
0.21	0.49	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-499.9989825253299$	2.8591	236.206	45.904	282.111	5.784	8
			$V_2(0)=-499.5662788309983$						
			$V_3(0)=-30.85938931232088$						
0.28	0.42	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-237.2741609937035$	2.9484	249.399	44.81	294.209	5.658	8
			$V_2(0)=-303.893971667825$						
			$V_3(0)=-16.8352205472615$						
0.35	0.35	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-132.5759283210005$	2.8519	236.638	45.41	282.048	5.659	8
			$V_2(0)=-436.9039460988796$						
			$V_3(0)=-19.9359064187993$						
0.42	0.28	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-245.8280892300419$	2.9422	249.996	44.477	294.473	5.658	8
			$V_2(0)=-16.86797042845414$						
			$V_3(0)=-10.76152991863812$						
0.49	0.21	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-404.1337674551919$	2.9401	250.553	44.032	294.586	5.658	8
			$V_2(0)=-252.0881229008872$						
			$V_3(0)=-20.79952389036228$						
0.56	0.14	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-461.7265315636921$	3.0328	264.083	42.746	306.829	5.632	8
			$V_2(0)=-276.5989620654879$						
			$V_3(0)=-23.50593208319417$						
0.63	0.07	<b>0.30</b>	$V_1(0)=-499.6095713977625$	3.0356	265.391	42.55	307.941	5.633	8
			$V_2(0)=-163.8397723897093$						
			$V_3(0)=-22.96311936724995$						
0.08	0.72	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-327.2385897069668$	2.8704	235.975	46.699	282.674	6.293	8
			$V_2(0)=-404.2498135625638$						
			$V_3(0)=-22.70740010136956$						
0.16	0.64	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-312.4999923564355$	2.9575	249.071	45.433	294.504	6.055	8
			$V_2(0)=-62.49977275543955$						
			$V_3(0)=-13.91496365358743$						
0.24	0.56	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-499.8030250131512$	2.9521	249.224	44.877	294.101	5.777	8
			$V_2(0)=-500.0900242397505$						
			$V_3(0)=-30.87020880505326$						
0.32	0.48	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-247.4775998414292$	2.9487	249.382	44.902	294.284	5.659	8
			$V_2(0)=-253.1366299342665$						
			$V_3(0)=-15.4584967307537$						
0.40	0.40	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-493.279456039842$	2.9448	249.671	44.443	294.114	5.658	8
			$V_2(0)=-399.7535417255765$						
			$V_3(0)=-27.72350971970634$						
0.48	0.32	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-93.6621268574643$	2.9419	250.05	44.308	294.358	5.658	8
			$V_2(0)=-433.0844783728095$						
			$V_3(0)=-19.34932800304878$						
0.56	0.24	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-54.59413039493603$	2.9402	250.505	44.077	294.583	5.658	8
			$V_2(0)=-497.8405012516286$						
			$V_3(0)=-21.87038262699627$						
0.64	0.16	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-499.2177386980146$	2.9398	251.251	43.774	295.025	5.658	8
			$V_2(0)=-482.9156389249446$						
			$V_3(0)=-30.32970655386049$						
0.72	0.08	<b>0.20</b>	$V_1(0)=-127.13753226908$	3.0356	265.392	42.592	307.984	5.636	8
			$V_2(0)=-498.5185390373004$						
			$V_3(0)=-22.47025540037646$						
0.09	0.81	<b>0.10</b>	$V_1(0)=-499.9997401911655$	2.8694	235.984	46.595	282.579	6.258	8
			$V_2(0)=-499.9995077128073$						
			$V_3(0)=-30.87196195132311$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.18	0.72	0.10	$V_1(0)=-326.3243558022686$	2.8642	236.063	46.382	282.445	6.047	8
			$V_2(0)=147.4609129399954$						
			$V_3(0)=15.63521534122938$						
0.27	0.63	0.10	$V_1(0)=361.1548318257165$	2.9531	249.188	45.208	294.397	5.835	8
			$V_2(0)=5.261434584558839$						
			$V_3(0)=15.77164145040912$						
0.36	0.54	0.10	$V_1(0)=413.8095285306131$	2.9489	249.371	44.772	294.143	5.658	8
			$V_2(0)=-492.1826964482463$						
			$V_3(0)=28.07689540802431$						
0.45	0.45	0.10	$V_1(0)=499.9919117396223$	2.9448	249.671	44.447	294.117	5.658	8
			$V_2(0)=-500.0041109478963$						
			$V_3(0)=30.87527436637705$						
0.54	0.36	0.10	$V_1(0)=-317.0776236008085$	2.8488	237.036	45.117	282.153	5.659	8
			$V_2(0)=482.86436613359$						
			$V_3(0)=225.22378417540202$						
0.63	0.27	0.10	$V_1(0)=33.0438029141378$	2.9401	250.549	44.146	294.695	5.658	8
			$V_2(0)=-255.0012581619803$						
			$V_3(0)=18.3185681128523$						
0.72	0.18	0.10	$V_1(0)=-345.0017602615291$	3.0329	264.262	42.797	307.06	5.639	8
			$V_2(0)=-343.3755072890811$						
			$V_3(0)=21.25969168329731$						
0.81	0.09	0.10	$V_1(0)=-497.0593537557841$	2.9427	252.441	43.637	296.077	5.658	8
			$V_2(0)=498.1153661851387$						
			$V_3(0)=30.72967096502672$						

**Tabla E.2.2. Resultados de la simulación con limitación de  $i_1^0=25$  A**

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
1	0	0	$V_1(0)=-253.351733707816$	1.7505	1948.2	21.31	1969.51	4.42	25
<b>Minimización de pérdidas magnéticas</b>			$V_2(0)=-299.4163960605869$						
			$V_3(0)=18.35158411278678$						
0	1	0	$V_1(0)=139.1601552910644$	0.9843	1083.7	23.35	1107.05	6.681	25
<b>Minimización de pérdidas eléctricas</b>			$V_2(0)=217.2729482145926$						
			$V_3(0)=7.063294078313504$						
0	0	1	$V_1(0)=18649.5502814258$	0.9843	1083.7	23.35	1107.05	6.68	25
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>			$V_2(0)=19779.35834465332$						
			$V_3(0)=748.6868133925233$						
0.1	0.9	0	$V_1(0)=46313.47645550984$	0.9844	1083.695	23.353	1107.048	6.681	25
<b>Minimización de pérdidas totales</b>			$V_2(0)=65171.38433409701$						
			$V_3(0)=2188.682399441779$						
0.01	0.09	0.90	$V_1(0)=316.4004944172269$	0.9844	1083.697	23.352	1107.049	6.681	25
			$V_2(0)=485.2370917515011$						
			$V_3(0)=15.8580247796325$						
0.02	0.08	0.90	$V_1(0)=-349.9603168091653$	0.9844	1083.83	23.355	1107.184	6.681	25
			$V_2(0)=490.1636834347211$						
			$V_3(0)=16.48768551004$						
0.03	0.07	0.90	$V_1(0)=185.3780373409658$	0.9844	1083.834	23.354	1107.188	6.681	25
			$V_2(0)=357.9441085083618$						
			$V_3(0)=11.03549329401272$						
0.04	0.06	0.90	$V_1(0)=277.538891109341$	0.9844	1083.833	23.354	1107.187	6.681	25
			$V_2(0)=-499.9983654251992$						
			$V_3(0)=15.6555952667197$						

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_l$ [J]	$i_{im}$ [A]	$i_l$ [A]
0.05	0.05	<b>0.90</b>	V <sub>1</sub> (0)=-373.046766636904	0.9844	1083.835	23.353	1107.189	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=431.6404604871528						
			V <sub>3</sub> (0)=15.61867622787361						
0.06	0.04	<b>0.90</b>	V <sub>1</sub> (0)=437.1213835822065	0.9844	1083.837	23.353	1107.19	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=-371.9859476392594						
			V <sub>3</sub> (0)=15.71388313609691						
0.07	0.03	<b>0.90</b>	V <sub>1</sub> (0)=-92.28515461981471	0.9845	1084	23.349	1107.349	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=-153.3889133821989						
			V <sub>3</sub> (0)=4.901887786540897						
0.08	0.02	<b>0.90</b>	V <sub>1</sub> (0)=-484.7709533163147	0.9844	1083.84	23.352	1107.192	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=402.7099383550048						
			V <sub>3</sub> (0)=17.25400997313253						
0.09	0.01	<b>0.90</b>	V <sub>1</sub> (0)=-459.7172868461346	0.9844	1083.85	23.35	1107.2	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=416.4734467584972						
			V <sub>3</sub> (0)=16.9835089634189						
0.02	0.18	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=-470.7030056115133	0.9844	1083.829	23.355	1107.184	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=481.4451546580872						
			V <sub>3</sub> (0)=18.43242385354495						
0.04	0.16	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=-474.4415273644103	0.9844	1083.733	23.354	1107.087	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=-450.8676523909807						
			V <sub>3</sub> (0)=17.91794637339797						
0.06	0.14	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=284.0405701033742	0.9844	1083.839	23.353	1107.192	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=395.8811757155635						
			V <sub>3</sub> (0)=13.33943053274504						
0.08	0.12	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=289.0624877470955	0.9844	1083.85	23.35	1107.2	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=-226.043700370361						
			V <sub>3</sub> (0)=10.04698506555775						
0.10	0.10	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=-152.832030866787	0.9845	1083.989	23.351	1107.34	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=-303.9546415855548						
			V <sub>3</sub> (0)=9.315492968070714						
0.12	0.08	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=-433.947414116059	0.9845	1083.987	23.351	1107.339	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=50.77337840025461						
			V <sub>3</sub> (0)=11.96289194887135						
0.14	0.06	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=290.3816992409641	0.9845	1083.993	23.35	1107.343	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=310.5668853802951						
			V <sub>3</sub> (0)=11.6421004047985						
0.16	0.04	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=281.2341873262096	0.9845	1083.992	23.35	1107.342	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=416.1300658147557						
			V <sub>3</sub> (0)=13.75251944896604						
0.18	0.02	<b>0.80</b>	V <sub>1</sub> (0)=499.9722488282714	0.9845	1084.003	23.348	1107.35	6.68	25
			V <sub>2</sub> (0)=-435.2235392124705						
			V <sub>3</sub> (0)=18.15067953786468						
0.03	0.27	<b>0.7</b>	V <sub>1</sub> (0)=-339.7197193688405	0.9844	1083.835	23.354	1107.188	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=-109.9204602247573						
			V <sub>3</sub> (0)=9.77516954863836						
0.06	0.24	<b>0.7</b>	V <sub>1</sub> (0)=490.150444960575	0.9844	1083.837	23.353	1107.19	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=314.1669887025402						
			V <sub>3</sub> (0)=15.93881111993233						
0.09	0.21	<b>0.7</b>	V <sub>1</sub> (0)=312.2519073074839	0.9844	1083.849	23.351	1107.199	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=312.004446967705						
			V <sub>3</sub> (0)=12.08568570369801						
0.12	0.18	<b>0.7</b>	V <sub>1</sub> (0)=-489.1967773428307	0.9844	1083.848	23.351	1107.199	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=346.1761454899225						
			V <sub>3</sub> (0)=16.40819686507837						
0.15	0.15	<b>0.7</b>	V <sub>1</sub> (0)=-330.3668420485615	0.9845	1083.985	23.352	1107.337	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=-495.3722307855018						
			V <sub>3</sub> (0)=16.303062545345						
0.18	0.12	<b>0.7</b>	V <sub>1</sub> (0)=393.9770943378735	0.9845	1083.996	23.35	1107.346	6.681	25
			V <sub>2</sub> (0)=321.4715114125479						
			V <sub>3</sub> (0)=13.9237081187401						



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_d$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.21	0.09	0.7	$V_1(0)=-466.9799801477775$	0.9845	1083.992	23.35	1107.343	6.681	25
			$V_2(0)=-453.0026912397743$						
			$V_3(0)=17.81463197868823$						
0.24	0.06	0.7	$V_1(0)=-312.4313344195002$	0.9846	1084.136	23.35	1107.486	6.681	25
			$V_2(0)=-456.6644943906401$						
			$V_3(0)=15.15202821275591$						
0.27	0.03	0.7	$V_1(0)=-466.8170390727308$	0.9846	1084.154	23.346	1107.5	6.681	25
			$V_2(0)=-37.38434249171536$						
			$V_3(0)=12.82579516028716$						
0.04	0.36	0.6	$V_1(0)=-476.0130643653392$	0.9844	1083.833	23.354	1107.187	6.681	25
			$V_2(0)=432.6124185217237$						
			$V_3(0)=17.6092391916701$						
0.08	0.32	0.6	$V_1(0)=312.4999997800956$	0.9844	1083.842	23.352	1107.194	6.681	25
			$V_2(0)=464.8437476598382$						
			$V_3(0)=15.33504037027149$						
0.12	0.28	0.6	$V_1(0)=-446.0220336786242$	0.9844	1083.847	23.351	1107.198	6.681	25
			$V_2(0)=464.5385433477391$						
			$V_3(0)=17.6319789305627$						
0.16	0.24	0.6	$V_1(0)=469.411257846304$	0.9845	1083.986	23.352	1107.338	6.681	25
			$V_2(0)=-394.5260974086473$						
			$V_3(0)=16.78938054318837$						
0.2	0.2	0.6	$V_1(0)=-468.7118527471909$	0.9845	1083.989	23.351	1107.34	6.681	25
			$V_2(0)=499.2675692710684$						
			$V_3(0)=18.75079073817574$						
0.24	0.16	0.6	$V_1(0)=-495.268819357075$	0.9845	1083.999	23.349	1107.348	6.681	25
			$V_2(0)=-398.753045244938$						
			$V_3(0)=17.41124795877784$						
0.28	0.12	0.6	$V_1(0)=177.9937485322789$	0.9848	1084.443	23.345	1107.788	6.681	25
			$V_2(0)=280.3380057137296$						
			$V_3(0)=9.096330811970915$						
0.32	0.08	0.6	$V_1(0)=124.9995228823764$	0.9847	1084.291	23.347	1107.638	6.681	25
			$V_2(0)=476.3960837098933$						
			$V_3(0)=13.48953807436237$						
0.36	0.04	0.6	$V_1(0)=-280.208112338964$	0.985	1084.75	23.336	1108.086	6.681	25
			$V_2(0)=-113.6937152438019$						
			$V_3(0)=8.285809400122844$						
0.05	0.45	0.5	$V_1(0)=499.8799689637962$	0.9844	1083.833	23.354	1107.187	6.681	25
			$V_2(0)=499.8019740614834$						
			$V_3(0)=19.35198092198857$						
0.10	0.40	0.5	$V_1(0)=490.7123888469785$	0.9844	1083.844	23.352	1107.195	6.681	25
			$V_2(0)=-379.9894787360972$						
			$V_3(0)=16.99209048255295$						
0.15	0.35	0.5	$V_1(0)=-362.147229981743$	0.9845	1083.998	23.349	1107.347	6.681	25
			$V_2(0)=182.8610170265919$						
			$V_3(0)=11.10908089368525$						
0.20	0.30	0.5	$V_1(0)=-273.5900802106459$	0.9846	1084.152	23.346	1107.499	6.681	25
			$V_2(0)=-206.982594561714$						
			$V_3(0)=9.39559840829531$						
0.25	0.25	0.5	$V_1(0)=-247.1312111517792$	0.9846	1084.15	23.347	1107.497	6.681	25
			$V_2(0)=365.8294485284076$						
			$V_3(0)=12.0907816244763$						
0.30	0.20	0.5	$V_1(0)=374.511702746114$	0.9846	1084.151	23.347	1107.498	6.681	25
			$V_2(0)=-364.2424932594297$						
			$V_3(0)=14.30778587718055$						
0.35	0.15	0.5	$V_1(0)=483.3273805552229$	0.9846	1084.144	23.348	1107.492	6.681	25
			$V_2(0)=-499.9380106728494$						
			$V_3(0)=19.0432959758388$						
0.40	0.10	0.5	$V_1(0)=494.316100758619$	0.9847	1084.288	23.348	1107.636	6.681	25
			$V_2(0)=415.7694574295563$						
			$V_3(0)=14.69048439720586$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$V(0)$	$t_r[s]$	$Q_e[J]$	$Q_m[J]$	$Q_i[J]$	$i_{mm}[A]$	$i_i[A]$
0.45	0.05	0.5	$V_1(0)=374.9256137306246$	0.9848	1084.454	23.342	1107.796	6.68	25
			$V_2(0)=-406.2197844677087$						
			$V_3(0)=15.142906734918$						
0.06	0.54	0.4	$V_1(0)=250.9765544753018$	0.9844	1083.841	23.352	1107.193	6.681	25
			$V_2(0)=345.6820020718129$						
			$V_3(0)=11.6954216526089$						
0.12	0.48	0.4	$V_1(0)=420.8983570678546$	0.9844	1083.847	23.351	1107.198	6.681	25
			$V_2(0)=486.2060536133743$						
			$V_3(0)=17.60688219612132$						
0.18	0.42	0.4	$V_1(0)=-351.6516472117033$	0.9845	1084	23.349	1107.349	6.681	25
			$V_2(0)=297.3527602132866$						
			$V_3(0)=12.61050719170964$						
0.24	0.36	0.4	$V_1(0)=-491.2109369915845$	0.9845	1083.997	23.349	1107.346	6.681	25
			$V_2(0)=-448.9059280876508$						
			$V_3(0)=18.22136929173762$						
0.30	0.30	0.4	$V_1(0)=484.9700912625713$	0.9846	1084.146	23.348	1107.494	6.681	25
			$V_2(0)=310.5463956779299$						
			$V_3(0)=15.77097126863987$						
0.36	0.24	0.4	$V_1(0)=-494.7504978984168$	0.9846	1084.146	23.348	1107.494	6.681	25
			$V_2(0)=468.6212537463949$						
			$V_3(0)=18.66247346608236$						
0.42	0.18	0.4	$V_1(0)=497.4031448016808$	0.9847	1084.296	23.346	1107.642	6.681	25
			$V_2(0)=-348.8458394775524$						
			$V_3(0)=16.64021630732952$						
0.48	0.12	0.4	$V_1(0)=-115.1638079942269$	0.9862	1086.475	23.32	1109.795	6.681	25
			$V_2(0)=-140.3465273321129$						
			$V_3(0)=4.980119843871762$						
0.54	0.06	0.4	$V_1(0)=418.408409592956$	0.9848	1084.454	23.342	1107.796	6.681	25
			$V_2(0)=-427.5990502027777$						
			$V_3(0)=16.388713835286920$						
0.07	0.63	0.30	$V_1(0)=346.2357313119757$	0.9844	1083.84	23.352	1107.192	6.681	25
			$V_2(0)=435.2039570521222$						
			$V_3(0)=15.2255832193931$						
0.14	0.56	0.30	$V_1(0)=-216.2225975186777$	0.9845	1083.989	23.351	1107.34	6.681	25
			$V_2(0)=426.6960583080861$						
			$V_3(0)=13.09788091998655$						
0.21	0.49	0.30	$V_1(0)=-358.7188683982265$	0.9845	1083.996	23.35	1107.346	6.681	25
			$V_2(0)=471.0497154966388$						
			$V_3(0)=16.21281606361777$						
0.28	0.42	0.30	$V_1(0)=1.3062530769253754$	0.9849	1084.599	23.412	1108.011	6.681	25
			$V_2(0)=-261.3382937822838$						
			$V_3(0)=7.160012204597138$						
0.35	0.35	0.30	$V_1(0)=366.0694935337834$	0.9848	1084.449	23.344	1107.793	6.681	25
			$V_2(0)=-181.4724926766589$						
			$V_3(0)=11.19228519271582$						
0.42	0.28	0.30	$V_1(0)=356.6894416406801$	0.9848	1084.436	23.346	1107.782	6.681	25
			$V_2(0)=404.7851538834082$						
			$V_3(0)=14.778096670865810$						
0.49	0.21	0.30	$V_1(0)=-374.9884352372419$	0.9848	1084.44	23.345	1107.786	6.681	25
			$V_2(0)=-467.7554800964279$						
			$V_3(0)=16.42185644420022$						
0.56	0.14	0.30	$V_1(0)=437.141605134368$	0.9849	1084.602	23.34	1107.942	6.68	25
			$V_2(0)=404.2709592194153$						
			$V_3(0)=16.31235771630259$						
0.63	0.07	0.30	$V_1(0)=-49.751300735397$	0.9855	1085.48	23.33	1108.81	6.681	25
			$V_2(0)=-326.8604299644966$						
			$V_3(0)=9.064215749375762$						
0.08	0.72	0.20	$V_1(0)=-228.3477770913381$	0.9844	1083.847	23.351	1107.198	6.681	25
			$V_2(0)=-361.05153555569$						
			$V_3(0)=11.69634688839307$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.16	0.64	0.20	$V_1(0)=135.8830553259721$	9.847	1084.298	23.346	1107.644	6.681	25
			$V_2(0)=178.5449837395195$						
			$V_3(0)=6.145535651205123$						
0.24	0.56	0.20	$V_1(0)=297.6935191334612$	0.9846	1084.141	23.349	1107.49	6.681	25
			$V_2(0)=402.3436994147254$						
			$V_3(0)=13.7069997122251$						
0.32	0.48	0.20	$V_1(0)=407.7148305895278$	0.9846	1084.145	23.348	1107.493	6.681	25
			$V_2(0)=-487.7920027274629$						
			$V_3(0)=17.41032176097849$						
0.40	0.40	0.20	$V_1(0)=-450.1523511471079$	0.9848	1084.437	23.346	1107.783	6.681	25
			$V_2(0)=235.9815835741174$						
			$V_3(0)=13.92191575288405$						
0.48	0.32	0.20	$V_1(0)=370.0866525624134$	0.9849	1084.596	23.342	1107.938	6.681	25
			$V_2(0)=271.8505745700641$						
			$V_3(0)=12.58073816824219$						
0.56	0.24	0.20	$V_1(0)=-423.7821497453513$	0.985	1084.745	23.34	1108.085	6.681	25
			$V_2(0)=187.321652629805$						
			$V_3(0)=12.69559580118789$						
0.64	0.16	0.20	$V_1(0)=-499.8853851079838$	0.9848	1084.45	23.343	1107.793	6.681	25
			$V_2(0)=499.9095839485379$						
			$V_3(0)=19.36654176031288$						
0.72	0.08	0.20	$V_1(0)=44.90425506587133$	0.9844	1083.843	23.352	1107.194	6.681	25
			$V_2(0)=-57.1022334830169$						
			$V_3(0)=2.003708245378675$						
0.09	0.81	0.10	$V_1(0)=415.5079573119251$	0.9844	1083.743	23.352	1107.095	6.681	25
			$V_2(0)=-481.4797340803184$						
			$V_3(0)=16.1455731409352$						
0.18	0.72	0.10	$V_1(0)=-474.7744797344192$	0.9845	1083.991	23.351	1107.341	6.681	25
			$V_2(0)=343.4593965186682$						
			$V_3(0)=16.04506604996504$						
0.27	0.63	0.10	$V_1(0)=3.517021041229133$	0.9846	1083.927	23.34	1107.268	6.681	25
			$V_2(0)=4.454326258947984$						
			$V_3(0)=0.252980786281051$						
0.36	0.54	0.10	$V_1(0)=-499.57409304352$	0.9847	1084.289	23.348	1107.637	6.681	25
			$V_2(0)=279.5909679587381$						
			$V_3(0)=15.67951068509217$						
0.45	0.45	0.10	$V_1(0)=372.3134746177242$	0.9847	1084.3	23.345	1107.645	6.681	25
			$V_2(0)=-490.1390071572588$						
			$V_3(0)=16.8590746734634$						
0.54	0.36	0.10	$V_1(0)=476.2873493327572$	0.9848	1084.452	23.343	1107.794	6.681	25
			$V_2(0)=345.8755010622971$						
			$V_3(0)=16.12496979331343$						
0.63	0.27	0.10	$V_1(0)=177.7188697952422$	0.9842	1085.034	23.337	1108.371	6.808	25
			$V_2(0)=395.0285603327711$						
			$V_3(0)=11.87110326972459$						
0.72	0.18	0.10	$V_1(0)=497.7722169665847$	0.985	1084.75	23.339	1108.089	6.681	25
			$V_2(0)=325.16479587905$						
			$V_3(0)=16.29162149685463$						
0.81	0.09	0.10	$V_1(0)=433.8378907422647$	0.9851	1084.898	23.337	1108.234	6.681	25
			$V_2(0)=425.4000210711869$						
			$V_3(0)=16.65052881655049$						

### E.3 TABLAS DES RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 500 H.P.

A continuación se presentan las tablas de los resultados para el motor de 500 H.P. con dos diferentes valores de la amplitud de corriente del estator. Los resultados sombreados son soluciones no dominadas.

**Tabla E.3.1. Resultados de la simulación con limitación de  $i_1^0=30$  A**

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
1	0	0	$V_1(0)=-213.7166569898124$	239.231	142193.03	1456.5268	143649.561	1.66001	30
<b>Minimización de pérdidas magnéticas</b>			$V_2(0)=184.9041055053793$						
			$V_3(0)=492.9188793889857$						
0	1	0	$V_1(0)=-2.084929083048837$	51.14	5202.87	14760.86	19963.73	13.88	16.1075
<b>Minimización de pérdidas eléctricas</b>			$V_2(0)=0.9650259873863849$						
			$V_3(0)=10.349050632153538$						
0	0	1	$V_1(0)=241.106763902735$	11.612	5586.15	13837.19	19423.34	21.23	30
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>			$V_2(0)=819.7109564099353$						
			$V_3(0)=137.034713778638$						
0.5	0.5	0	$V_1(0)=-6494.192975408658$	15.777	8406.7956	10623.682	19030.477	18.9349	30
<b>Minimización de pérdidas totales</b>			$V_2(0)=-50932.63395747617$						
			$V_3(0)=-8412.143544075909$						
0.01	0.09	<b>0.90</b>	$V_1(0)=476.5346041649323$	12.447	6140.2761	13334.577	19474.8536	21.1663	30
			$V_2(0)=-247.0483761205715$						
			$V_3(0)=-86.09208472679369$						
0.02	0.08	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-283.0066694084808$	12.456	6171.9121	13190.439	19362.3509	21.1773	30
			$V_2(0)=-272.7584840029274$						
			$V_3(0)=63.049366927152240$						
0.03	0.07	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-373.2910159759497$	13.306	6753.5664	12415.749	19169.315	20.8374	30
			$V_2(0)=-172.1389371529514$						
			$V_3(0)=65.9941844634769$						
0.04	0.06	<b>0.90</b>	$V_1(0)=421.2640530758301$	14.152	7326.5076	11747.763	19074.271	20.7014	30
			$V_2(0)=-436.6953486496065$						
			$V_3(0)=-97.72979404658572$						
0.05	0.05	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-235.5300554324781$	14.986	7885.8062	11160.115	19045.921	19.6458	30
			$V_2(0)=-21.56194329429269$						
			$V_3(0)=38.387767861069250$						
0.06	0.04	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-391.1763748482292$	19.423	10764.182	8699.2719	19463.4539	16.0715	30
			$V_2(0)=-435.88644451932484$						
			$V_3(0)=103.97144809997$						
0.07	0.03	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-254.8179775738$	24.286	13819.601	7003.4881	20823.0887	13.1738	30
			$V_2(0)=413.9479699705603$						
			$V_3(0)=99.03538291024412$						
0.08	0.02	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-471.7953214457992$	31.524	18271.111	5459.34	23730.4514	10.3176	30
			$V_2(0)=-474.220335594486$						
			$V_3(0)=166.6912719890387$						
0.09	0.01	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-210.1676473718819$	45.565	26769.341	3889.4427	30658.7838	7.24789	30
			$V_2(0)=110.3839515823078$						
			$V_3(0)=81.883518342966110$						
0.02	0.18	<b>0.80</b>	$V_1(0)=301.573812437529$	12.447	6140.2604	13388.749	19529.0096	21.1802	30
			$V_2(0)=-305.7420168341248$						
			$V_3(0)=59.88627315188876$						
0.04	0.16	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-370.2104812481317$	14.457	6173.6288	13235.167	19408.7959	21.1868	30
			$V_2(0)=-49.51301802388952$						
			$V_3(0)=59.927084243399220$						
0.06	0.14	<b>0.80</b>	$V_1(0)=295.742132179596$	14.477	6198.0369	13187.647	19385.6837	21.189	30
			$V_2(0)=-234.3431204056147$						
			$V_3(0)=60.553192809428140$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_d$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_l$ [A]
0.08	0.12	<b>0.80</b>	$V_1(0)=397.3507308873171$	13.328	6775.566	12399.248	19174.8141	20.8647	30
			$V_2(0)=377.091631296823$						
			$V_3(0)=87.97297671507096$						
0.10	0.10	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-462.9201891702568$	14.984	7884.0373	11156.469	19040.506	19.6323	30
			$V_2(0)=497.1000485447747$						
			$V_3(0)=110.2133644369708$						
0.12	0.08	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-119.167330214276$	19.423	10764.266	8705.2199	19469.4862	16.0951	30
			$V_2(0)=-342.3025690161397$						
			$V_3(0)=64.41650145025292$						
0.14	0.06	<b>0.80</b>	$V_1(0)=464.1567413437716$	24.829	14156.305	6857.7494	21014.0546	12.9162	30
			$V_2(0)=66.14569950537009$						
			$V_3(0)=97.09266014644538$						
0.16	0.04	<b>0.80</b>	$V_1(0)=277.3804667274611$	31.947	18528.855	5392.3222	23921.1771	10.1921	30
			$V_2(0)=470.2358861768246$						
			$V_3(0)=137.629548658879$						
0.18	0.02	<b>0.80</b>	$V_1(0)=419.8915106571075$	47.032	27652.267	3780.8178	31433.085	7.0301	30
			$V_2(0)=183.0391293566963$						
			$V_3(0)=162.6791916917825$						
0.03	0.27	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-173.5839819972840$	12.447	6140.1721	13452.754	19592.9258	21.1904	30
			$V_2(0)=201.5685885032341$						
			$V_3(0)=42.68072410405171$						
0.06	0.24	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-196.1378029805343$	12.457	6173.7057	13248.176	19421.8812	21.1885	30
			$V_2(0)=419.9733100823963$						
			$V_3(0)=74.3751077740028$						
0.09	0.21	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-421.7532617678511$	12.477	6198.1119	13197.276	19395.388	21.1898	30
			$V_2(0)=-249.3353675506565$						
			$V_3(0)=78.63213615927723$						
0.12	0.18	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-326.3261766640665$	13.32801	6775.962	12457.802	19233.7636	20.9291	30
			$V_2(0)=-198.6520925745014$						
			$V_3(0)=61.398128999239840$						
0.15	0.15	<b>0.7</b>	$V_1(0)=143.360182792679$	15.778	8408.3381	10660.074	19068.4116	19.0466	30
			$V_2(0)=-191.9328244809475$						
			$V_3(0)=39.37537935314263$						
0.18	0.12	<b>0.7</b>	$V_1(0)=180.1251790035782$	19.425	10765.884	8705.0325	19470.916	16.0981	30
			$V_2(0)=458.9884358637914$						
			$V_3(0)=87.64605778706962$						
0.21	0.09	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-339.059927226195$	24.83	14157.076	6858.4445	21015.5201	12.9206	30
			$V_2(0)=-433.9696206170081$						
			$V_3(0)=114.08429572097740$						
0.24	0.06	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-480.0111212907541$	32.368	18785.577	5327.3744	24112.9513	10.0711	30
			$V_2(0)=134.0969098397492$						
			$V_3(0)=127.0816201679109$						
0.27	0.03	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-48.95163616088115$	47.601	27994.202	3741.303	31735.505	6.95228	30
			$V_2(0)=341.2052395295552$						
			$V_3(0)=123.8619709100778$						
0.04	0.36	<b>0.6</b>	$V_1(0)=-310.2602948081866$	13.281	6700.2283	12676.57	19376.7987	20.8627	30
			$V_2(0)=415.82155059124$						
			$V_3(0)=83.2871786591256$						
0.08	0.32	<b>0.6</b>	$V_1(0)=411.5881746041522$	11.622	5611.4262	13664.905	19276.332	21.2124	30
			$V_2(0)=265.4701463002001$						
			$V_3(0)=78.57670506591759$						
0.12	0.28	<b>0.6</b>	$V_1(0)=-395.8517741438251$	13.308	6756.0321	12451.492	19207.5238	20.8853	30
			$V_2(0)=496.2949241116768$						
			$V_3(0)=101.9668754290744$						
0.16	0.24	<b>0.6</b>	$V_1(0)=-59.76235926624261$	13.331	6778.6899	12456.981	19235.6708	20.932	30
			$V_2(0)=-490.8907010694665$						
			$V_3(0)=79.47856906707661$						
0.2	0.2	<b>0.6</b>	$V_1(0)=422.5175380860682$	15.777	8407.1714	10643.589	19050.7601	18.9948	30
			$V_2(0)=399.4152588019426$						
			$V_3(0)=95.42261695597732$						



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_l$ [A]
0.24	0.16	0.6	$V_1(0)=-212.9190568909568$	19.424	10765.184	8712.6244	19477.8087	16.1264	30
			$V_2(0)=-314.5591053387907$						
			$V_3(0)=-67.60872172433956$						
0.28	0.12	0.6	$V_1(0)=-52.97917198232926$	24.83	14157.116	6863.4631	21020.5789	12.943	30
			$V_2(0)=-354.7858278513033$						
			$V_3(0)=-74.42255002713033$						
0.32	0.08	0.6	$V_1(0)=-198.4084269640316$	21.982	12382.108	7721.81	20103.9176	14.4606	30
			$V_2(0)=-466.7174206178661$						
			$V_3(0)=-96.87300400193972$						
0.36	0.04	0.6	$V_1(0)=-76.49410713983025$	48.169	28335.829	3702.6487	32038.4775	6.87626	30
			$V_2(0)=-313.7847186370016$						
			$V_3(0)=-117.3860356111602$						
0.05	0.45	0.5	$V_1(0)=-448.0777377984378$	12.447	6140.2014	13437.495	19577.6966	21.1886	30
			$V_2(0)=-310.4116851534964$						
			$V_3(0)=-87.45224317896313$						
0.10	0.40	0.5	$V_1(0)=-361.2982643997942$	11.623	5612.928	13658.862	19271.79	21.2123	30
			$V_2(0)=-475.5138235167316$						
			$V_3(0)=-95.81255929319769$						
0.15	0.35	0.5	$V_1(0)=-450.7018928752129$	13.31	6758.5126	12496.572	19255.0844	20.9379	30
			$V_2(0)=-45.90630567012875$						
			$V_3(0)=-72.81369354289002$						
0.20	0.30	0.5	$V_1(0)=-334.4681505203284$	13.331	6779.1928	12530.055	19309.2479	20.9967	30
			$V_2(0)=-148.7583064414582$						
			$V_3(0)=-58.89711667245409$						
0.25	0.25	0.5	$V_1(0)=-217.121422445158$	15.77001	8407.4438	10658.211	19065.655	19.0387	30
			$V_2(0)=-370.1030917208028$						
			$V_3(0)=-70.51014946371782$						
0.30	0.20	0.5	$V_1(0)=-72.34034809295383$	20.085	11184.687	8444.9455	19629.633	15.7122	30
			$V_2(0)=-256.7553886472131$						
			$V_3(0)=-48.44568654726844$						
0.35	0.15	0.5	$V_1(0)=-310.9099947885648$	24.83	14157.098	6861.2405	21018.3382	12.933	30
			$V_2(0)=-488.4793913943126$						
			$V_3(0)=-120.050162019532$						
0.40	0.10	0.5	$V_1(0)=-137.97098498669640$	32.367	18784.871	5329.5155	24114.3861	10.0805	30
			$V_2(0)=-467.6673337617835$						
			$V_3(0)=-124.4344065455382$						
0.45	0.05	0.5	$V_1(0)=-495.8529635050544$	48.167	28334.493	3701.9672	32036.4597	6.8722	30
			$V_2(0)=-472.7220584199793$						
			$V_3(0)=-248.8445311304948$						
0.06	0.54	0.4	$V_1(0)=-212.6483908775413$	12.447	6140.1298	13470.654	19610.7834	21.1921	30
			$V_2(0)=-359.2718809567116$						
			$V_3(0)=-66.99300205563638$						
0.12	0.48	0.4	$V_1(0)=-187.459018053245$	12.457	6174.1711	13294.441	19468.6123	21.1913	30
			$V_2(0)=-416.0366458899375$						
			$V_3(0)=-73.25836724812291$						
0.18	0.42	0.4	$V_1(0)=-394.5123056445432$	13.309	6757.6389	12523.375	19281.0138	20.9613	30
			$V_2(0)=-211.0447905976922$						
			$V_3(0)=-71.93502013808998$						
0.24	0.36	0.4	$V_1(0)=-387.9570752914223$	13.331	6779.2366	12536.002	19315.2387	21.0012	30
			$V_2(0)=-171.1430642914558$						
			$V_3(0)=-68.23137560814584$						
0.30	0.30	0.4	$V_1(0)=-412.112802272451$	15.778	8408.1894	10652.04	19060.2292	19.0224	30
			$V_2(0)=-442.1999208806867$						
			$V_3(0)=-99.28372405941374$						
0.36	0.24	0.4	$V_1(0)=-282.7975750167596$	19.424	10765.183	8712.5254	19477.7083	16.126	30
			$V_2(0)=-498.5056337782183$						
			$V_3(0)=-102.0104567989927$						
0.42	0.18	0.4	$V_1(0)=-485.6193303965205$	24.831	14157.872	6862.7045	21020.5762	12.9408	30
			$V_2(0)=-284.3265540020974$						
			$V_3(0)=-116.7346779642716$						





**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.48	0.12	0.4	$V_1(0)=-228.2442005914363$	32.781	19036.981	5266.6558	24303.6371	9.96073	30
			$V_2(0)=481.5125533286678$						
			$V_3(0)=137.4744735404157$						
0.54	0.06	0.4	$V_1(0)=396.7046926135452$	48.448	28503.435	3683.6054	32187.0408	6.83725	30
			$V_2(0)=327.8714730439132$						
			$V_3(0)=188.0474139400467$						
0.07	0.63	0.30	$V_1(0)=214.4258912100802$	12.447	6140.1423	13465.742	19605.8843	21.1917	30
			$V_2(0)=-474.4064790365644$						
			$V_3(0)=-83.538602028208130$						
0.14	0.56	0.30	$V_1(0)=367.8350638809852$	12.457	6174.2243	13297.852	19472.0761	21.1913	30
			$V_2(0)=343.6853432371847$						
			$V_3(0)=80.82325291015378$						
0.21	0.49	0.30	$V_1(0)=-457.2415356387451$	13.308	6756.3657	12497.886	19254.2521	20.9348	30
			$V_2(0)=468.3902566848412$						
			$V_3(0)=105.2000355003469$						
0.28	0.42	0.30	$V_1(0)=466.7762279595685$	13.33	6778.3085	12532.813	19311.1219	20.9979	30
			$V_2(0)=-200.8620508356224$						
			$V_3(0)=81.76261691136129$						
0.35	0.35	0.30	$V_1(0)=-357.6650625380877$	15.776	8406.7615	10668.037	19074.7982	19.0658	30
			$V_2(0)=-323.1421189983149$						
			$V_3(0)=79.26843270356159$						
0.42	0.28	0.30	$V_1(0)=364.3522303271897$	20.088	11187.015	8437.2908	19624.3057	15.6867	30
			$V_2(0)=-310.8619472930612$						
			$V_3(0)=86.88033319330609$						
0.49	0.21	0.30	$V_1(0)=-463.4982507950222$	24.83	14157.123	6864.2833	21021.406	12.9466	30
			$V_2(0)=348.1831888701419$						
			$V_3(0)=120.2999348645379$						
0.56	0.14	0.30	$V_1(0)=285.7109313215769$	32.78	19036.274	5268.7458	24305.0194	9.96994	30
			$V_2(0)=349.9596134277902$						
			$V_3(0)=116.650521566832$						
0.63	0.07	0.30	$V_1(0)=-437.573154343891$	48.448	28503.437	3684.2486	32187.6854	6.84046	30
			$V_2(0)=94.3456891014245$						
			$V_3(0)=163.6306156255665$						
0.08	0.72	0.20	$V_1(0)=193.4189777609334$	12.447	6139.9966	13511.918	19651.9143	21.1935	30
			$V_2(0)=-249.846081315287$						
			$V_3(0)=50.72368273493891$						
0.16	0.64	0.20	$V_1(0)=178.0856220681725$	13.289	6734.571	12733.283	19467.8537	21.0591	30
			$V_2(0)=27.17378091303974$						
			$V_3(0)=29.03690148231178$						
0.24	0.56	0.20	$V_1(0)=-477.0587191316130$	13.309	6757.5797	12515.477	19273.0569	20.954	30
			$V_2(0)=-416.3462837722476$						
			$V_3(0)=101.7923548378066$						
0.32	0.48	0.20	$V_1(0)=-430.2932643823173$	14.154	7329.6131	11839.73	19169.3435	20.4535	30
			$V_2(0)=106.4441015165395$						
			$V_3(0)=71.62186591749722$						
0.40	0.40	0.20	$V_1(0)=380.6218321041166$	15.776	8407.1419	10688.799	19095.9407	19.1279	30
			$V_2(0)=11.26703184173465$						
			$V_3(0)=62.73041072476566$						
0.48	0.32	0.20	$V_1(0)=475.6117244741938$	20.086	11185.376	8435.8568	19621.2327	15.677	30
			$V_2(0)=-398.0366164068083$						
			$V_3(0)=112.4445722795616$						
0.56	0.24	0.20	$V_1(0)=320.3698436032299$	24.831	14157.915	6867.8371	21025.7521	12.9638	30
			$V_2(0)=367.2277371250553$						
			$V_3(0)=101.2477801119584$						
0.64	0.16	0.20	$V_1(0)=-457.5433288873184$	32.367	18784.881	5331.8099	24116.6912	10.0914	30
			$V_2(0)=-262.5781428103068$						
			$V_3(0)=134.7613687982164$						
0.72	0.08	0.20	$V_1(0)=-431.6332836796679$	48.727	28671.128	3665.1813	32336.3089	6.80084	30
			$V_2(0)=408.5518527062127$						
			$V_3(0)=218.361372163805$						

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
0.09	0.81	0.10	$V_1(0)=-139.570947290642$	11.612	5579.7587	13863.813	19443.5715	21.2121	30
			$V_2(0)=497.5278966221571$						
			$V_3(0)=82.90389376379693$						
0.18	0.72	0.10	$V_1(0)=419.9300463059625$	13.289	6732.6291	12588.853	19321.482	20.9579	30
			$V_2(0)=247.8057638752468$						
			$V_3(0)=78.38148068049542$						
0.27	0.63	0.10	$V_1(0)=341.1872948380195$	13.308	6757.0373	12582.718	19339.7549	21.0079	30
			$V_2(0)=-315.8111107312075$						
			$V_3(0)=74.81558104566693$						
0.36	0.54	0.10	$V_1(0)=-491.9687005389429$	13.331	6779.4141	12559.125	19338.539	21.0756	30
			$V_2(0)=-262.2914682731445$						
			$V_3(0)=89.74889730249187$						
0.45	0.45	0.10	$V_1(0)=-414.1188871807672$	15.779	8409.2629	10663.842	19073.1046	19.0601	30
			$V_2(0)=492.2218512210677$						
			$V_3(0)=105.7693155826676$						
0.54	0.36	0.10	$V_1(0)=-493.9391653360814$	20.088	11187.018	8437.5182	19624.5363	15.6876	30
			$V_2(0)=356.7072973572583$						
			$V_3(0)=110.5272932362495$						
0.63	0.27	0.10	$V_1(0)=-336.9678288771301$	24.83	14157.214	6874.5476	21031.7614	12.9928	30
			$V_2(0)=183.5177121223461$						
			$V_3(0)=79.86605477527722$						
0.72	0.18	0.10	$V_1(0)=495.0003418920639$	32.782	19037.699	5267.1872	24304.8861	9.964	30
			$V_2(0)=-496.5977693982464$						
			$V_3(0)=180.9517966288401$						
0.81	0.09	0.10	$V_1(0)=-334.4781612266474$	48.727	28671.13	3666.0065	32337.1361	6.80497	30
			$V_2(0)=348.1533560996905$						
			$V_3(0)=177.4873829302516$						

**Tabla E.3.2. Resultados de la simulación con limitación de  $i_1^0=150$  A**

coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
1	0	0	$V_1(0)=524.0206114962093$	8.428	140106.1	1451.31	141557.42	8.387	150
<b>Minimización de pérdidas magnéticas</b>			$V_2(0)=-32.05025195986838$						
			$V_3(0)=180.7562134950679$						
0	1	0	$V_1(0)=23.14674408333572$	11.4	5379.72	14426.95	19806.67	28.43	40.82
<b>Minimización de pérdidas eléctricas</b>			$V_2(0)=-9124999065546247$						
			$V_3(0)=10.5511157361895$						
0	0	1	$V_1(0)=77.35313276769136$	1.99	28978.9	3592.47	32571.37	32.85	150
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>			$V_2(0)=-228.5042454367872$						
			$V_3(0)=18.42773103246033$						
0.05	0.95	0	$V_1(0)=99.2414212687712$	7.603	7764.8	11093.12	18857.92	30.95	55.79
<b>Minimización de pérdidas totales</b>			$V_2(0)=-59.85214539677278$						
			$V_3(0)=13.55375691382402$						
0.01	0.09	0.90	$V_1(0)=466.76396577728700$	1.998	29195.5	3643.926	32839.429	33.18	150
			$V_2(0)=248.498438832710700$						
			$V_3(0)=39.674058992786400$						
0.02	0.08	0.90	$V_1(0)=-366.698097023678800$	1.998	29195.52	3643.882	32839.407	33.19	150
			$V_2(0)=218.735918376950200$						
			$V_3(0)=32.0441029709691100$						
0.03	0.07	0.90	$V_1(0)=443.481461788854600$	1.998	29224.71	3567.836	32792.542	32.67	150
			$V_2(0)=453.125000059074$						
			$V_3(0)=48.310368439204690$						



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r[s]$	$Q_c[J]$	$Q_m[J]$	$Q_f[J]$	$i_{om}[A]$	$i_i[A]$
0.04	0.06	0.90	$V_1(0)=304.821014499616400$	1.998	29224.718	3567.8895	32792.6071	32.67	150
			$V_2(0)=477.142513032028700$						
			$V_3(0)=43.149815938786450$						
0.05	0.05	0.90	$V_1(0)=-477.375984822153800$	1.999	29258.051	3529.5397	32787.5909	32.46	150
			$V_2(0)=172.739058789987000$						
			$V_3(0)=38.953922181123290$						
0.06	0.04	0.90	$V_1(0)=401.031524965857000$	2.001	29308.329	3491.5768	32799.9053	32.26	150
			$V_2(0)=-433.959970325198800$						
			$V_3(0)=-45.614324350626130$						
0.07	0.03	0.90	$V_1(0)=354.772577215821700$	2.005	29394.208	3448.739	32842.9466	32.06	150
			$V_2(0)=-83.847123418839940$						
			$V_3(0)=-28.33877887929100$						
0.08	0.02	0.90	$V_1(0)=-150.863649246796200$	2.013	29547.706	3400.1264	32947.832	31.85	150
			$V_2(0)=-273.187637689964700$						
			$V_3(0)=-24.429985454079030$						
0.09	0.01	0.90	$V_1(0)=-422.485353458727400$	2.033	29896.505	3340.7945	33237.299	31.61	150
			$V_2(0)=-326.793670911435400$						
			$V_3(0)=-42.078762906071080$						
0.02	0.18	0.80	$V_1(0)=-167.774079635517200$	1.999	29210.393	3651.747	32862.1396	33.19	150
			$V_2(0)=175.235711430719000$						
			$V_3(0)=18.213025090465860$						
0.04	0.16	0.80	$V_1(0)=451.347291430785400$	1.998	29195.534	3643.8639	32839.3980	33.19	150
			$V_2(0)=-495.734630806506000$						
			$V_3(0)=-50.320156363227740$						
0.06	0.14	0.80	$V_1(0)=-473.425748402381400$	1.998	29224.74	3567.9604	32792.7002	32.68	150
			$V_2(0)=320.950512894165800$						
			$V_3(0)=-43.601208616058560$						
0.08	0.12	0.80	$V_1(0)=194.35316529884800$	1.998	29224.782	3568.1152	32792.897	32.69	150
			$V_2(0)=405.408390079951900$						
			$V_3(0)=34.292778024680960$						
0.10	0.10	0.80	$V_1(0)=-211.959863425101500$	1.999	29258.09	3529.8368	32787.9272	32.47	150
			$V_2(0)=471.39751958545400$						
			$V_3(0)=39.688052451204840$						
0.12	0.08	0.80	$V_1(0)=-97.656376374832410$	2.001	29308.375	3492.0945	32800.4694	32.27	150
			$V_2(0)=-487.823488548190500$						
			$V_3(0)=38.4448558312238$						
0.14	0.06	0.80	$V_1(0)=361.1908045275970000$	2.0011	29308.371	3492.0501	32800.4208	32.27	150
			$V_2(0)=379.018858486123500$						
			$V_3(0)=40.454870402703480$						
0.16	0.04	0.80	$V_1(0)=340.211869299164600$	2.001	29308.388	3492.2344	32800.6228	32.28	150
			$V_2(0)=-262.749525536958400$						
			$V_3(0)=33.229336916965170$						
0.18	0.02	0.80	$V_1(0)=-311.92067833819400$	2.034	29913.295	3339.9162	33253.2107	31.63	150
			$V_2(0)=-373.329168862140500$						
			$V_3(0)=38.38431475120$						
0.03	0.27	0.7	$V_1(0)=-499.753905382931200$	2.0014	29210.404	3651.7278	32862.131	33.19	150
			$V_2(0)=355.43702779783000$						
			$V_3(0)=46.046576652764090$						
0.06	0.24	0.7	$V_1(0)=373.654855301423300$	2	29195.599	3643.7533	32839.35247	33.2	150
			$V_2(0)=14.630070336820270$						
			$V_3(0)=28.094000186708000$						
0.09	0.21	0.7	$V_1(0)=-1.935219794357167$	4.453	14251.293	6591.4782	20842.7716	30.57	84.85
			$V_2(0)=74.66614056877730$						
			$V_3(0)=-6.575105955543644$						
0.12	0.18	0.7	$V_1(0)=179.935474053017900$	1.998	29224.82	3568.228	32793.0477	32.7	150
			$V_2(0)=-478.253394868241500$						
			$V_3(0)=38.993783523603950$						
0.15	0.15	0.7	$V_1(0)=-454.935562126552200$	1.999	29258.105	3529.9361	32788.0406	32.47	150
			$V_2(0)=-484.813174148243700$						
			$V_3(0)=-51.063579350427290$						



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.18	0.12	0.7	$V_1(0)=-392.716512390409400$	2.001	29308.397	3492.3179	32800.7144	32.28	150
			$V_2(0)=-448.914155375813600$						
			$V_3(0)=46.111557185567900$						
0.21	0.09	0.7	$V_1(0)=-415.597558723598600$	2.004	29373.735	3458.2431	32831.9778	31.12	150
			$V_2(0)=396.851748758214700$						
			$V_3(0)=44.670727683844630$						
0.24	0.06	0.7	$V_1(0)=-477.456673762011000$	2.013	29547.743	3400.8618	32948.6050	31.87	150
			$V_2(0)=-317.866421100387000$						
			$V_3(0)=44.951590253133560$						
0.27	0.03	0.7	$V_1(0)=-404.419960215156600$	2.034	29913.347	3341.3358	33254.6827	31.67	150
			$V_2(0)=-62.137778385997190$						
			$V_3(0)=32.345427709223290$						
0.04	0.36	0.6	$V_1(0)=-55.233475161609840$	5.099	10022.441	8968.9679	18991.4086	33.41	71.21
			$V_2(0)=45.759785923953130$						
			$V_3(0)=-6.460183305861870$						
0.08	0.32	0.6	$V_1(0)=-57.033102038845740$	4.713	13389.737	7102.7	20492.4367	30.86	81.52
			$V_2(0)=-61.336571840468920$						
			$V_3(0)=-7.480188979425867$						
0.12	0.28	0.6	$V_1(0)=-6.47858196298654e-005$	4.256	14878.433	6447.4241	21325.8568	30.95	89.84
			$V_2(0)=-84.301062374740310$						
			$V_3(0)=-7.371687789588171$						
0.16	0.24	0.6	$V_1(0)=-9.688944529581968e-001$	3.539	17234.899	5708.7306	22943.629	31.72	104.1
			$V_2(0)=87.372982006989460$						
			$V_3(0)=-7.325607195039770$						
0.2	0.2	0.6	$V_1(0)=-451.324525294650200$	1.999	29258.147	3530.2121	32788.3588	32.48	150
			$V_2(0)=443.6035289472227100$						
			$V_3(0)=48.639259415409870$						
0.24	0.16	0.6	$V_1(0)=461.100596122113800$	2.001	29308.449	3492.8201	32801.2688	32.3	150
			$V_2(0)=-249.431005391127700$						
			$V_3(0)=42.338180664263020$						
0.28	0.12	0.6	$V_1(0)=425.462247364453600$	2.004	29373.79	3458.9432	32832.7334	32.14	150
			$V_2(0)=301.025420576298500$						
			$V_3(0)=40.565129730872230$						
0.32	0.08	0.6	$V_1(0)=452.17325265759700$	2.013	29547.763	3401.2455	32949.0087	31.88	150
			$V_2(0)=-448.099743934940400$						
			$V_3(0)=49.918166097586320$						
0.36	0.04	0.6	$V_1(0)=-301.75210972611400$	2.034	29913.371	3341.9645	33255.3354	31.68	150
			$V_2(0)=343.715670112800400$						
			$V_3(0)=36.187183468622120$						
0.05	0.45	0.5	$V_1(0)=20.319086034789690$	5.641	9339.26	9548.2325	18887.4924	32.83	66.42
			$V_2(0)=77.444920641141810$						
			$V_3(0)=7.610339300912717$						
0.10	0.40	0.5	$V_1(0)=-35.234580184258220$	3.273	18333.543	5378.9541	23712.4970	32.03	108.3
			$V_2(0)=-147.602641037097200$						
			$V_3(0)=12.315405396560980$						
0.15	0.35	0.5	$V_1(0)=-365.5161309396731$	1.998	29224.829	3568.255	32793.0845	32.7	150
			$V_2(0)=-478.8825521954813$						
			$V_3(0)=45.9780760017984$						
0.20	0.30	0.5	$V_1(0)=-277.889252822050500$	1.998	29224.912	3568.4491	32793.3614	32.71	150
			$V_2(0)=484.4219097148057$						
			$V_3(0)=42.66049588880276$						
0.25	0.25	0.5	$V_1(0)=-447.866469721473400$	1.999	29258.179	3530.4084	32788.5878	32.49	150
			$V_2(0)=-478.68777084930$						
			$V_3(0)=50.40943702421038$						
0.30	0.20	0.5	$V_1(0)=467.802532736612$	2.001	29308.52	3493.4412	32801.961	32.32	150
			$V_2(0)=153.351326564601$						
			$V_3(0)=-38.1462973770018$						
0.35	0.15	0.5	$V_1(0)=-433.7237546278027$	2.004	29373.876	3459.9216	32833.7976	32.17	150
			$V_2(0)=120.423047833010400$						
			$V_3(0)=35.095258979258020$						
0.40	0.10	0.5	$V_1(0)=-386.9959729571629$	2.013	29547.834	3402.5143	32950.3480	31.92	150
			$V_2(0)=-336.6443244911685$						
			$V_3(0)=40.297383699624960$						



coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_f$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.45	0.05	0.5	$V_1(0)=213.8948522458248$	2.034	29913.63	3348.0549	33261.685	31.84	150
			$V_2(0)=75.45283753604554$						
			$V_3(0)=18.088340727303240$						
0.06	0.54	0.4	$V_1(0)=411.7049885160731$	1.998	29195.571	3643.7973	32839.368	33.19	150
			$V_2(0)=331.9625844249451$						
			$V_3(0)=39.71575599573079$						
0.12	0.48	0.4	$V_1(0)=110.1897786627781$	3.734	16337.443	5931.8124	22269.255	31.53	97.5
			$V_2(0)=115.3530153176487$						
			$V_3(0)=13.369153176487$						
0.18	0.42	0.4	$V_1(0)=25.23682824710295$	7.863	7788.158	11909.476	19697.635	31.65	55.69
			$V_2(0)=55.217121372343630$						
			$V_3(0)=6.836265439670205$						
0.24	0.36	0.4	$V_1(0)=11.903208549074410$	7.839	8053.5761	12187.425	20241.001	32.19	59.07
			$V_2(0)=57.95995594957092$						
			$V_3(0)=6.399620714508829$						
0.30	0.30	0.4	$V_1(0)=48.1615209738894$	12.135	10440.563	9850.9402	20291.504	23.83	51.25
			$V_2(0)=-9.23405416660099e-1$						
			$V_3(0)=6.607493825601968$						
0.36	0.24	0.4	$V_1(0)=-80.978050773514040$	3.711	16720.326	6101.3273	22821.653	32.09	105
			$V_2(0)=-37.716344419640060$						
			$V_3(0)=7.695862608128421$						
0.42	0.18	0.4	$V_1(0)=62.46020410761977$	3.404	18315.108	5762.8178	24077.926	32.53	116.3
			$V_2(0)=43.82952080345952$						
			$V_3(0)=6.5424509158711$						
0.48	0.12	0.4	$V_1(0)=142.3449090786838$	2.013	29548.548	3411.8752	32960.423	32.19	150
			$V_2(0)=-100.1416257315961$						
			$V_3(0)=13.86192285804374$						
0.54	0.06	0.4	$V_1(0)=-163.4155362851078$	2.033	29896.937	3351.0935	33248.03	31.88	150
			$V_2(0)=-181.1683655337787$						
			$V_3(0)=19.48360317308472$						
0.07	0.63	0.30	$V_1(0)=23.3953027885309$	11.664	5553.8253	14635.887	20189.712	33.24	49.61
			$V_2(0)=-34.69165742832902$						
			$V_3(0)=7.269634592184501$						
0.14	0.56	0.30	$V_1(0)=128.1154468780014$	5.006	11669.44	8336.0714	20005.512	34	78.31
			$V_2(0)=28.26131576873425$						
			$V_3(0)=11.222905342282730$						
0.21	0.49	0.30	$V_1(0)=39.264021024836$	8.218	7633.4213	12143.626	19777.047	31.34	54.28
			$V_2(0)=55.8673991428275$						
			$V_3(0)=7.87880657695143$						
0.28	0.42	0.30	$V_1(0)=-41.41918552229914$	6.41	8806.7689	11059.433	19866.201	33.41	65.36
			$V_2(0)=-67.27965248768118$						
			$V_3(0)=7.85543152162817$						
0.35	0.35	0.30	$V_1(0)=48.24357168368397$	8.439	10539.143	9707.3054	20246.449	27.81	61.41
			$V_2(0)=47.32470535716334$						
			$V_3(0)=7.76345285051832$						
0.42	0.28	0.30	$V_1(0)=76.76742817089648$	4.03	13956.523	7432.9675	21389.49	31.91	90.39
			$V_2(0)=-40.5926628034177$						
			$V_3(0)=7.924196181745458$						
0.49	0.21	0.30	$V_1(0)=62.69924084519651$	3.269	18974.451	5537.8556	24512.307	32.51	119.6
			$V_2(0)=67.27294384006547$						
			$V_3(0)=7.821456707140387$						
0.56	0.14	0.30	$V_1(0)=165.6201245684557$	2.01	29529.899	3414.3197	32944.219	32.14	150
			$V_2(0)=178.1945249494619$						
			$V_3(0)=19.30416048239$						
0.63	0.07	0.30	$V_1(0)=-52.7221681212797$	2.033	29897.183	3355.8446	33253.028	32	150
			$V_2(0)=196.4006424051964$						
			$V_3(0)=16.33616224665285$						
0.08	0.72	0.20	$V_1(0)=20.424745387536$	9.224	6139.7386	13516.947	19656.686	31.11	47.46
			$V_2(0)=53.43494618137878$						
			$V_3(0)=8.885461761222510$						

coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$V_{(0)}$	$t_r[s]$	$Q_c[J]$	$Q_m[J]$	$Q_f[J]$	$i_{om}[A]$	$i_1[A]$
0.16	0.64	0.20	$V_1(0)=18.697709925156930$	8.414	6432.2928	13516.065	19948.358	32.89	51.6
			$V_2(0)=65.6646861651610$						
			$V_3(0)=8.692284911876198$						
0.24	0.56	0.20	$V_1(0)=56.69066049380834$	10.522	7048.1761	13117.203	20165.379	29.71	48.53
			$V_2(0)=35.09429485809199$						
			$V_3(0)=8.597404708251306$						
0.32	0.48	0.20	$V_1(0)=86.95970448605321$	6.725	8583.105	11370.529	19953.634	33.12	63.56
			$V_2(0)=1.036079547573559$						
			$V_3(0)=8.8432322555031$						
0.40	0.40	0.20	$V_1(0)=71.89684816927851$	6.385	10856.883	9350.5255	20207.408	30.91	70.79
			$V_2(0)=53.84142595897297$						
			$V_3(0)=9.046073303509024$						
0.48	0.32	0.20	$V_1(0)=58.28153006642506$	4.791	13631.814	7637.6902	21269.504	31.9	88.66
			$V_2(0)=77.43511389292162$						
			$V_3(0)=8.920312994252596$						
0.56	0.24	0.20	$V_1(0)=88.5257694762864$	3.791	16703.387	6418.4803	23121.867	32.6	108.3
			$V_2(0)=-30.14604144524211$						
			$V_3(0)=8.20920344014327$						
0.64	0.16	0.20	$V_1(0)=175.9188304385519$	2.012	29530.318	3418.529	32948.847	32.27	150
			$V_2(0)=-98.2666049441805$						
			$V_3(0)=16.08772204524856$						
0.72	0.08	0.20	$V_1(0)=191.3361104590719$	2.033	29897.139	3355.0216	33252.16	31.98	150
			$V_2(0)=151.8890657868758$						
			$V_3(0)=19.60510019815195$						
0.09	0.81	0.10	$V_1(0)=-38.910459058007040$	18.772	5625.4467	14565.33	20190.777	24.88	36.44
			$V_2(0)=-2.303283673097297$						
			$V_3(0)=9.406022111305662$						
0.18	0.72	0.10	$V_1(0)=-42.82899159819149$	12.46	6082.1698	14299.029	20381.199	29.78	45.66
			$V_2(0)=-45.888705423287090$						
			$V_3(0)=9.422240046677757$						
0.27	0.63	0.10	$V_1(0)=-21.30675789707535$	16.117	6836.7623	13504.725	20341.488	28.81	46.27
			$V_2(0)=-66.95498958837672$						
			$V_3(0)=9.514175838351035$						
0.36	0.54	0.10	$V_1(0)=76.61336998447337$	6.271	8900.5663	10934.492	19835.058	33.52	66.13
			$V_2(0)=69.10061415733956$						
			$V_3(0)=10.1644613274575$						
0.45	0.45	0.10	$V_1(0)=81.327791776559010$	6.41	10828.426	9378.2699	20206.696	30.9	70.62
			$V_2(0)=59.44866072383305$						
			$V_3(0)=10.16055534778478$						
0.54	0.36	0.10	$V_1(0)=75.83040646327532$	4.72	13797.031	7531.8893	21328.92	31.9	89.53
			$V_2(0)=80.17396803748883$						
			$V_3(0)=10.11271629519977$						
0.63	0.27	0.10	$V_1(0)=68.76106632885876$	3.52	17780.123	5962.2605	23742.384	32.55	113.7
			$V_2(0)=87.66215984738233$						
			$V_3(0)=9.619820949264522$						
0.72	0.18	0.10	$V_1(0)=87.57939928525519$	2.732	22598.662	4854.4787	27453.14	33.1	143.5
			$V_2(0)=-43.65472281323283$						
			$V_3(0)=8.220116549135849$						
0.81	0.09	0.10	$V_1(0)=164.5591185668943$	2.034	29913.967	3354.715	33268.682	32.01	150
			$V_2(0)=-189.8409016124603$						
			$V_3(0)=20.20311267197005$						

## E.4 TABLAS DES RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN PARA EL MOTOR DE 2250 H.P.

A continuación se presentan las tablas de los resultados para el motor de 2250 H.P. con dos diferentes valores de la amplitud de corriente del estator. Los resultados sombreados son soluciones no dominadas.

**Tabla E.4.1. Resultados de la simulación con limitación de  $i_1^0=150$  A**

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
			V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$							
1	0	0	$V_1(0)=-260.5085191909898$	329.5	558448.06	4778.64	563226.71	5.9346	150
Minimización de pérdidas magnéticas			$V_2(0)=-127.2876577524805$						
			$V_3(0)=-26.17578526435517$						
0	1	0	$V_1(0)=68.2876393818039$	18.7	14606.2	70134.2	84740.4	104.76	149.7
Minimización de pérdidas eléctricas			$V_2(0)=-84.41882727655315$						
			$V_3(0)=-28.15546592678026$						
0	0	1	$V_1(0)=-260.5085191909898$	11.69	16063.6	63430.8	79494.4	105.629	150
Minimización del tiempo de arranque			$V_2(0)=-127.2876577524805$						
			$V_3(0)=-26.17578526435517$						
0.5	0.5	0	$V_1(0)=-66486.16001339044$	20.759	33199.43	37165.28	70364.71	72.08	150
Minimización de pérdidas totales			$V_2(0)=-66215.46746328908$						
			$V_3(0)=-10058.5937270751$						
0.01	0.09	0.90	$V_1(0)=76.3034436943191$	11.711	16206.561	62330.952	78537.514	105.523	150
			$V_2(0)=-253.1586899619953$						
			$V_3(0)=-24.01645471629672$						
0.02	0.08	0.90	$V_1(0)=346.2011406671502$	11.762	16417.742	61059.384	77477.126	105.49	150
			$V_2(0)=-427.8015294502691$						
			$V_3(0)=-49.72553000084489$						
0.03	0.07	0.90	$V_1(0)=57.93761253099342$	13.497	19791.641	55366.245	75157.886	100.651	150
			$V_2(0)=-343.3355797322686$						
			$V_3(0)=-31.68748309129959$						
0.04	0.06	0.90	$V_1(0)=57.2189804565832$	15.161	22959.677	50013.796	72973.473	93.5322	150
			$V_2(0)=-409.9854529603439$						
			$V_3(0)=-38.48792610357275$						
0.05	0.05	0.90	$V_1(0)=210.9834501686337$	20.760	33202.28	37200.634	70402.914	72.2101	150
			$V_2(0)=406.8926577701012$						
			$V_3(0)=49.2486649642796$						
0.06	0.04	0.90	$V_1(0)=485.4714872135257$	25.274	41223.576	30744.679	71968.255	60.3808	150
			$V_2(0)=-373.1604526291146$						
			$V_3(0)=75.31152046572332$						
0.07	0.03	0.90	$V_1(0)=-274.7924939619904$	31.710	52474.594	24696.245	77170.839	48.8001	150
			$V_2(0)=-315.3086307291372$						
			$V_3(0)=61.718643241464150$						
0.08	0.02	0.90	$V_1(0)=-170.6590723403166$	41.103	68699.797	19265.763	87965.56	38.0294	150
			$V_2(0)=-350.6588942662809$						
			$V_3(0)=72.2656305058577$						
0.09	0.01	0.90	$V_1(0)=199.9453426730725$	49.822	83660.899	16072.145	99733.043	31.5601	150
			$V_2(0)=464.509956050804$						
			$V_3(0)=111.84454558089$						
0.02	0.18	0.80	$V_1(0)=77.04686417544227$	11.71	16205.045	62311.217	78516.262	105.406	150
			$V_2(0)=-175.1780687088059$						
			$V_3(0)=17.3181134022868$						
0.04	0.16	0.80	$V_1(0)=-103.0222114673989$	11.7610	16429.886	60849.142	77279.028	105.188	150
			$V_2(0)=166.4733137264$						
			$V_3(0)=-17.756261794401810$						
0.06	0.14	0.80	$V_1(0)=359.4730152188816$	13.500	19803.113	55463.795	75266.908	100.849	150
			$V_2(0)=-141.3281296833205$						
			$V_3(0)=35.22644139362129$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_l$ [J]	$i_m$ [A]	$i_l$ [A]
0.08	0.12	0.80	$V_1(0)=-271.5204879830452$	15.164	22968.687	50059.235	73027.922	93.7048	150
			$V_2(0)=-424.8263867520335$						
			$V_3(0)=-46.966985822597020$						
0.10	0.10	0.80	$V_1(0)=-64.2523783195104$	20.759	33201.071	37272.919	70473.99	72.5513	150
			$V_2(0)=-332.068818660293$						
			$V_3(0)=-36.4984122640994$						
0.12	0.08	0.80	$V_1(0)=174.2658656645907$	25.274	41224.019	30794.873	72018.892	60.6151	150
			$V_2(0)=328.94754421779240$						
			$V_3(0)=45.961612442070020$						
0.14	0.06	0.80	$V_1(0)=331.1696054386865$	31.710	52474.712	24719.69	77194.402	48.9136	150
			$V_2(0)=-198.8191620282113$						
			$V_3(0)=57.130095926525$						
0.16	0.04	0.80	$V_1(0)=-490.8509282276926$	41.737	69789.549	18993.391	88782.94	37.496	150
			$V_2(0)=-186.2001424748871$						
			$V_3(0)=-98.71501604073025$						
0.18	0.02	0.80	$V_1(0)=-132.9479516485747$	49.819	83655.358	16080.125	99735.483	31.5976	150
			$V_2(0)=-427.893817522025$						
			$V_3(0)=-99.2108382619348$						
0.03	0.27	0.7	$V_1(0)=-457.2296628420709$	11.710	16201.084	62369.565	78570.649	105.486	150
			$V_2(0)=-202.8529048054251$						
			$V_3(0)=-45.22023635382264$						
0.06	0.24	0.7	$V_1(0)=-494.1717237962386$	11.7610	16421.114	60977.873	77398.987	105.363	150
			$V_2(0)=-251.4690007063288$						
			$V_3(0)=-50.18121723185756$						
0.09	0.21	0.7	$V_1(0)=-470.9637377099817$	11.815	16579.133	60410.945	76990.078	105.21	150
			$V_2(0)=-115.0894762737305$						
			$V_3(0)=-43.95421991136629$						
0.12	0.18	0.7	$V_1(0)=-364.5019848125817$	16.686	25792.609	45872.38	71664.989	87.1629	150
			$V_2(0)=-498.9489338031481$						
			$V_3(0)=-59.485281590195$						
0.15	0.15	0.7	$V_1(0)=-345.5152549948653$	20.760	33204.177	37321.976	70526.153	72.7787	150
			$V_2(0)=-60.586933751038150$						
			$V_3(0)=-37.97038980914040$						
0.18	0.12	0.7	$V_1(0)=-283.8937967715391$	25.276	41228.167	30798.183	72026.349	60.631	150
			$V_2(0)=-450.2537039424626$						
			$V_3(0)=-65.73818427963663$						
0.21	0.09	0.7	$V_1(0)=-484.5104292635228$	31.710	52474.52	24714.881	77189.401	48.8829	150
			$V_2(0)=-476.5755584184959$						
			$V_3(0)=-100.4526811720166$						
0.24	0.06	0.7	$V_1(0)=-425.9532691912008$	41.736	69787.616	19002.924	88790.54	37.5415	150
			$V_2(0)=-283.7923808054107$						
			$V_3(0)=-96.35619555233446$						
0.27	0.03	0.7	$V_1(0)=-448.2542318632954$	49.821	83659.035	16086.73	99745.765	31.631	150
			$V_2(0)=1.327515838366935$						
			$V_3(0)=-99.35653078048695$						
0.04	0.36	0.6	$V_1(0)=-249.7041338908732$	11.711	16210.349	62275.563	78485.912	105.448	150
			$V_2(0)=-433.3812611075092$						
			$V_3(0)=-45.23743784966967$						
0.08	0.32	0.6	$V_1(0)=-120.1700741618152$	11.760	16428.445	60836.355	77264.8	105.154	150
			$V_2(0)=-338.0903572859444$						
			$V_3(0)=-32.5572504508574$						
0.12	0.28	0.6	$V_1(0)=-490.2341425630203$	11.818	16585.62	60410.024	76995.644	105.232	150
			$V_2(0)=-488.2967802823152$						
			$V_3(0)=-62.71327430089115$						
0.16	0.24	0.6	$V_1(0)=-76.783203840550570$	16.684	25792.857	46062.64	71855.497	87.8519	150
			$V_2(0)=-343.6751098678021$						
			$V_3(0)=-34.16576153241746$						
0.2	0.2	0.6	$V_1(0)=-188.2369540687129$	20.757	33199.979	37485.273	70685.252	73.4854	150
			$V_2(0)=-161.6411232686566$						
			$V_3(0)=-27.09751101336541$						





Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$V(0)$	$t_r[s]$	$Q_e[J]$	$Q_m[J]$	$Q_d[J]$	$i_{om}[A]$	$i_i[A]$
0.24	0.16	0.6	$V_1(0)=-439.7836067891425$	25.275	41226.317	30807.515	72033.832	60.6802	150
			$V_2(0)=444.2635862114405$						
			$V_3(0)=77.26525424744951$						
0.28	0.12	0.6	$V_1(0)=172.2358884295975$	31.709	52472.854	24755.114	77227.968	49.0827	150
			$V_2(0)=399.9606614278491$						
			$V_3(0)=-64.62021152933974$						
0.32	0.08	0.6	$V_1(0)=158.0176152207929$	42.362	70863.535	18747.096	89610.63	37.0566	150
			$V_2(0)=-447.85604862503$						
			$V_3(0)=-90.7521878765$						
0.36	0.04	0.6	$V_1(0)=39.97572777597573$	49.821	83659.126	16107.028	99766.154	31.7359	150
			$V_2(0)=-293.5953830345113$						
			$V_3(0)=65.88869118953136$						
0.05	0.45	0.5	$V_1(0)=478.2800681705141$	11.711	16212.347	62246.091	78458.438	105.408	150
			$V_2(0)=-97.83054653380216$						
			$V_3(0)=-44.17560436173873$						
0.10	0.40	0.5	$V_1(0)=148.260090853427$	11.760	16426.404	60866.666	77293.07	105.195	150
			$V_2(0)=475.6577714706734$						
			$V_3(0)=45.18482587913596$						
0.15	0.35	0.5	$V_1(0)=184.9601400241045$	13.571	19694.043	56397.402	76091.445	101.62	150
			$V_2(0)=180.696696945349$						
			$V_3(0)=23.916208932269160$						
0.20	0.30	0.5	$V_1(0)=340.8121469008991$	16.688	25803.201	46073.006	71876.207	87.9384	150
			$V_2(0)=277.8295833218434$						
			$V_3(0)=39.81562742009524$						
0.25	0.25	0.5	$V_1(0)=240.3174650623757$	20.759	33202.17	37341.314	70543.484	72.8562	150
			$V_2(0)=-473.8309686708584$						
			$V_3(0)=-57.56568985533843$						
0.30	0.20	0.5	$V_1(0)=-347.3587203915054$	25.275	41226.567	30833.335	72059.902	60.8018	150
			$V_2(0)=496.2726255471225$						
			$V_3(0)=75.016014870729390$						
0.35	0.15	0.5	$V_1(0)=-460.2446589933231$	31.710	52474.881	24748.854	77223.735	49.0557	150
			$V_2(0)=358.6826486224332$						
			$V_3(0)=86.54422775613149$						
0.40	0.10	0.5	$V_1(0)=-345.390526668361$	41.737	69789.648	19021.92	88811.568	37.6389	150
			$V_2(0)=-346.7360970593.761$						
			$V_3(0)=92.36823681529938$						
0.45	0.05	0.5	$V_1(0)=-390.1540453688451$	49.822	83660.932	16090.536	99751.468	31.653	150
			$V_2(0)=-472.9016758583124$						
			$V_3(0)=135.9830624599227$						
0.06	0.54	0.4	$V_1(0)=125.0986813776938$	13.624	15375.982	67415.268	82791.25	105.026	150
			$V_2(0)=-104.5284579654782$						
			$V_3(0)=18.524840528737740$						
0.12	0.48	0.4	$V_1(0)=-256.0582784233275$	11.761	16439.292	60707.713	77147.005	104.997	150
			$V_2(0)=-295.6462793934367$						
			$V_3(0)=35.55503124339205$						
0.18	0.42	0.4	$V_1(0)=488.2546048397028$	13.501	19817.255	55781.277	75598.532	101.335	150
			$V_2(0)=-13.79644999411374$						
			$V_3(0)=44.85308085372553$						
0.24	0.36	0.4	$V_1(0)=-370.3364338409277$	16.686	25796.768	46021.869	71818.637	87.7243	150
			$V_2(0)=455.8587416140206$						
			$V_3(0)=-56.9050077853413$						
0.30	0.30	0.4	$V_1(0)=-165.7381841456897$	20.759	33203.135	37399.212	70602.347	73.1156	150
			$V_2(0)=-460.308910480271$						
			$V_3(0)=53.1876107750186$						
0.42	0.18	0.4	$V_1(0)=391.053915752208$	31.708	52471.138	24804.64	77275.778	49.323	150
			$V_2(0)=-122.6829417624927$						
			$V_3(0)=-61.09465297928356$						
0.48	0.12	0.4	$V_1(0)=-422.3292659961974$	41.736	69787.675	19019.113	88806.788	37.6227	150
			$V_2(0)=470.8795933947575$						
			$V_3(0)=119.3277832140213$						

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_e$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.54	0.06	0.4	$V_1(0)=-195.3627358153385$	49.823	83662.811	16103.255	99766.066	31.7185	150
			$V_2(0)=-442.4714001542584$						
			$V_3(0)=107.5002699298619$						
0.07	0.63	0.30	$V_1(0)=-241.4473442686011$	11.711	16217.271	62172.701	78389.972	105.307	150
			$V_2(0)=-370.1705735755876$						
			$V_3(0)=40.04287808530771$						
0.14	0.56	0.30	$V_1(0)=121.620113210398$	36.869	16777.413	68670.748	85448.162	89.0945	135.1
			$V_2(0)=-69.58147177971988$						
			$V_3(0)=19.72979698482311$						
0.21	0.49	0.30	$V_1(0)=376.0127259046168$	11.815	16593.915	60191.068	76784.983	104.913	150
			$V_2(0)=-479.81148099368459$						
			$V_3(0)=-55.4625024464325$						
0.28	0.42	0.30	$V_1(0)=-234.3132362754972$	16.686	25799.383	46115.987	71915.37	88.0741	150
			$V_2(0)=-647.4940721806411$						
			$V_3(0)=-50.86191888094182$						
0.35	0.35	0.30	$V_1(0)=463.8061685036158$	20.759	33203.496	37420.43	70623.926	73.2109	150
			$V_2(0)=-249.9755253991201$						
			$V_3(0)=-57.34944569091444$						
0.42	0.28	0.30	$V_1(0)=-495.3404589356173$	25.272	41220.366	30867.358	72087.724	60.945	150
			$V_2(0)=-460.8560801743456$						
			$V_3(0)=-83.9653372947339$						
0.49	0.21	0.30	$V_1(0)=403.0920438471172$	31.708	52470.922	24775.53	77246.452	49.1792	150
			$V_2(0)=-463.1212570957025$						
			$V_3(0)=91.27589803530819$						
0.56	0.14	0.30	$V_1(0)=405.8638622117595$	41.734	69783.928	19055.242	88839.169	37.8011	150
			$V_2(0)=-45.68558332316179$						
			$V_3(0)=77.3946611829$						
0.63	0.07	0.30	$V_1(0)=155.251667926362$	49.821	83659.15	16114.539	99773.69	31.7743	150
			$V_2(0)=-411.1989562651729$						
			$V_3(0)=97.8507399711377$						
0.08	0.72	0.20	$V_1(0)=-253.3769371093725$	11.724	16226.976	62035.089	78262.065	105.275	150
			$V_2(0)=-386.7909321560426$						
			$V_3(0)=41.90857435503044$						
0.16	0.64	0.20	$V_1(0)=-421.3873178195424$	11.769	16441.234	60678.278	77119.512	104.966	150
			$V_2(0)=-261.7533271548034$						
			$V_3(0)=45.1139740906049$						
0.24	0.56	0.20	$V_1(0)=-264.5445231744494$	13.801	19349.447	57510.351	76859.797	101.779	150
			$V_2(0)=-244.5432952470078$						
			$V_3(0)=-33.43458140294639$						
0.32	0.48	0.20	$V_1(0)=211.0341822974292$	16.731	25719.912	46544.7	72264.612	88.9932	150
			$V_2(0)=-318.0002769766523$						
			$V_3(0)=37.4749849171756$						
0.40	0.40	0.20	$V_1(0)=-426.3443952040019$	20.757	33200.83	37532.425	70733.255	73.699	150
			$V_2(0)=-99.29859688836524$						
			$V_3(0)=47.93295261201627$						
0.48	0.32	0.20	$V_1(0)=-454.3094669060812$	25.271	41218.476	30895.264	72113.739	61.0716	150
			$V_2(0)=-474.6819998845011$						
			$V_3(0)=81.69856804593985$						
0.56	0.24	0.20	$V_1(0)=416.0592022698518$	31.707	52468.94	24788.171	77257.111	49.2378	150
			$V_2(0)=-471.8696030813352$						
			$V_3(0)=93.62613901027237$						
0.64	0.16	0.20	$V_1(0)=-34.75730074980201$	41.738	69791.771	19054.669	88846.44	37.8066	150
			$V_2(0)=-457.5549005248448$						
			$V_3(0)=-86.97199953392313$						
0.72	0.08	0.20	$V_1(0)=-479.735374455215$	49.821	83659.146	16113.087	99772.232	31.7668	150
			$V_2(0)=194.084703923796$						
			$V_3(0)=115.1847835557045$						
0.09	0.81	0.10	$V_1(0)=-458.2281445826608$	11.768	16195.059	62181.264	78376.322	105.239	150
			$V_2(0)=-102.6210855976411$						
			$V_3(0)=42.61238750573011$						

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
0.18	0.72	0.10	$V_1(0)=-3.745749204526796$	17.881	17034.307	66420.563	83454.87	102.378	150
			$V_2(0)=-244.2104888621102$						
			$V_3(0)=26.72563097330228$						
0.27	0.63	0.10	$V_1(0)=-497.1688997184151$	13.497	19810.929	55893.249	75704.178	101.45	150
			$V_2(0)=-360.4251170289539$						
			$V_3(0)=-56.52286711482412$						
0.36	0.54	0.10	$V_1(0)=316.1002924323956$	16.689	25808.279	46166.553	71974.832	88.2951	150
			$V_2(0)=-492.8944781859105$						
			$V_3(0)=-57.09370513804294$						
0.45	0.45	0.10	$V_1(0)=-361.9247977706907$	20.759	33204.919	37501.76	70706.679	73.5779	150
			$V_2(0)=382.5735545564056$						
			$V_3(0)=-57.58459617009753$						
0.54	0.36	0.10	$V_1(0)=-248.6732772319941$	25.269	41215.336	30999.83	72215.166	61.5616	150
			$V_2(0)=-405.5064060111413$						
			$V_3(0)=-59.57010791996678$						
0.63	0.27	0.10	$V_1(0)=-356.3557054466004$	31.707	52469.21	24822.369	77291.579	49.4072	150
			$V_2(0)=413.9175468161865$						
			$V_3(0)=81.54309452167357$						
0.72	0.18	0.10	$V_1(0)=323.059337405375$	42.359	70857.859	18789.914	89647.773	37.267	150
			$V_2(0)=387.1473075513552$						
			$V_3(0)=96.8693829944527$						
0.81	0.09	0.10	$V_1(0)=-338.3137006402042$	49.821	83659.236	16136.697	99795.933	31.888	150
			$V_2(0)=-198.495688398634$						
			$V_3(0)=87.61747163983496$						

**Tabla E.4.2. Resultados de la simulación con limitación de  $i_1^0=300$  A**

Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
1	0	0	$V_1(0)=-10.29230683271436$	65.3	440386.2	5774.4	446160.6	15.033	300
<b>Minimización de pérdidas magnéticas</b>			$V_2(0)=234.5764174496554$						
			$V_3(0)=130.8505038647063$						
0	1	0	$V_1(0)=-98.98726222198907$	17.9	14654.8	69998.8	84653.6	108.9	155.79
<b>Minimización de pérdidas eléctricas</b>			$V_2(0)=53.19459610309215$						
			$V_3(0)=28.14635763784474$						
0	0	1	$V_1(0)=-243.0261370325234$	5.15	32207.8	36813.2	69021	141.396	300
<b>Minimización del tiempo de arranque</b>			$V_2(0)=-284.465783044638$						
			$V_3(0)=20.33262192027934$						
0.5	0.5	0	$V_1(0)=-54826.36693713571$	5.242	33436.34	34047.93	67484.27	137.75	300
<b>Minimización de pérdidas totales</b>			$V_2(0)=-46886.06449491937$						
			$V_3(0)=3996.0750321646650$						
0.01	0.09	0.90	$V_1(0)=-489.8532145450553$	5.151	32273.115	36849.232	69122.347	141.56	300
			$V_2(0)=-494.140609827804$						
			$V_3(0)=37.42981693569607$						
0.02	0.08	0.90	$V_1(0)=447.9506331917473$	5.1560	32415.327	36166.973	68582.301	140.627	300
			$V_2(0)=429.3595515827559$						
			$V_3(0)=33.9229572032298$						
0.03	0.07	0.90	$V_1(0)=-436.8629476475115$	5.1780	32755.49	35122.061	67877.551	139.231	300
			$V_2(0)=385.38178516265$						
			$V_3(0)=32.12161507052195$						
0.04	0.06	0.90	$V_1(0)=-133.17554464595966$	5.209	33115.103	34467.003	67582.106	138.303	300
			$V_2(0)=-186.23775834431805$						
			$V_3(0)=12.7757198409$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_i$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.05	0.05	<b>0.90</b>	$V_1(0)=474.5270703733463$	5.2420	33438.457	34055.367	67493.824	137.88	300
			$V_2(0)=492.7896979179357$						
			$V_3(0)=38.04338916515447$						
0.06	0.04	<b>0.90</b>	$V_1(0)=306.4341564375412$	5.2780	33765.647	33789.679	67555.326	137.614	300
			$V_2(0)=-445.2781999179435$						
			$V_3(0)=30.17860488482147$						
0.07	0.03	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-214.6591618790941$	7.3240	48209.163	25613.33	73822.493	103.121	300
			$V_2(0)=-486.3444165248314$						
			$V_3(0)=37.46151941573341$						
0.08	0.02	<b>0.90</b>	$V_1(0)=18.26882694105575$	10.294	68782.458	18875.263	87657.721	75.3384	300
			$V_2(0)=-191.8005944505165$						
			$V_3(0)=18.16645345602895$						
0.09	0.01	<b>0.90</b>	$V_1(0)=-325.4433907585057$	15.419	103894.12	13076.587	116970.7	51.0382	300
			$V_2(0)=-472.261444901935$						
			$V_3(0)=78.12295812397707$						
0.02	0.18	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-3.504110791345707E-4$	8.190	23230.049	49764.048	72994.098	134.755	259.4 4
			$V_2(0)=111.309273590151$						
			$V_3(0)=7.5561979792302$						
0.04	0.16	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-195.4198565242181$	5.1560	32418.308	36170.849	68589.157	140.773	300
			$V_2(0)=346.8263172270298$						
			$V_3(0)=-21.86006207663329$						
0.06	0.14	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-44.10575487636571$	8.022	24059.183	50763.563	74822.746	137.326	275.2 7
			$V_2(0)=90.82864042843019$						
			$V_3(0)=6.607391652998472$						
0.08	0.12	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-198.1325395879122$	5.211	33135.628	34435.241	67570.869	138.541	300
			$V_2(0)=-445.2362358742405$						
			$V_3(0)=-27.18140807140104$						
0.10	0.10	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-429.188730205148$	5.241	33432.103	34076.035	67508.138	138.082	300
			$V_2(0)=415.9360426064357$						
			$V_3(0)=33.41592949201375$						
0.12	0.08	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-344.2213535898565$	5.278	33770.145	33808.108	67578.254	137.901	300
			$V_2(0)=-328.2916696142167$						
			$V_3(0)=-26.77707131951532$						
0.14	0.06	<b>0.80</b>	$V_1(0)=346.0495027955822$	7.323	48201.549	25639.524	73841.072	103.356	300
			$V_2(0)=-446.484281651113$						
			$V_3(0)=39.94852262217590$						
0.16	0.04	<b>0.80</b>	$V_1(0)=153.1898984794526$	10.293	68774.877	18900.717	87675.594	75.5787	300
			$V_2(0)=-193.0890105538247$						
			$V_3(0)=23.32436320766676$						
0.18	0.02	<b>0.80</b>	$V_1(0)=-495.9144927597626$	15.421	103908.95	13080.008	116988.96	51.0878	300
			$V_2(0)=302.0178229897301$						
			$V_3(0)=79.18184267250317$						
0.03	0.27	<b>0.7</b>	$V_1(0)=70.279174933813$	12.475	15591.011	69266.921	84857.932	131.866	201.2 9
			$V_2(0)=33.21068760111579$						
			$V_3(0)=8.483980326710684$						
0.06	0.24	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-5.6944054005e-6$	9.940	21211.438	55377.863	76589.301	130.111	235.3 4
			$V_2(0)=131.6121987039493$						
			$V_3(0)=9.842874623065912$						
0.09	0.21	<b>0.7</b>	$V_1(0)=409.8367692457917$	5.1790	32771.606	35100.277	67871.883	139.376	300
			$V_2(0)=492.0359254274372$						
			$V_3(0)=35.51031879663768$						
0.12	0.18	<b>0.7</b>	$V_1(0)=355.686195209141$	5.208	33108.369	34494.5	67602.869	138.843	300
			$V_2(0)=-241.5390020012106$						
			$V_3(0)=24.13938026155842$						
0.15	0.15	<b>0.7</b>	$V_1(0)=256.608962157143$	5.241	33436.266	34091.561	67527.827	138.338	300
			$V_2(0)=447.840453136406$						
			$V_3(0)=29.0714561231832$						
0.18	0.12	<b>0.7</b>	$V_1(0)=-461.023524955634$	5.279	33780.706	33810.024	67590.729	138.011	300
			$V_2(0)=-357.2769543578554$						
			$V_3(0)=32.942703527482810$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_i$ [A]
0.21	0.09	0.7	$V_1(0)=33.20898173704632$	7.323	48203.055	25688.532	73891.587	103.854	300
			$V_2(0)=427.9989125943102$						
			$V_3(0)=30.5798840300952$						
0.24	0.06	0.7	$V_1(0)=435.6005193748712$	10.296	68798.126	18868.35	87666.475	75.3021	300
			$V_2(0)=-446.5224757795536$						
			$V_3(0)=58.7937818025846$						
0.27	0.03	0.7	$V_1(0)=-22.3764236611917$	15.42	103901.58	13088.993	116990.57	51.1721	300
			$V_2(0)=-488.3356780055586$						
			$V_3(0)=-66.77949389774472$						
0.04	0.36	0.6	$V_1(0)=356.9220289534832$	5.151	32286.841	36768.33	69055.17	141.56	300
			$V_2(0)=494.0972873037426$						
			$V_3(0)=33.2532310123963$						
0.08	0.32	0.6	$V_1(0)=136.0997642306153$	11.615	19641.319	59470.706	79112.025	125.032	213.34
			$V_2(0)=-63.31360297719578$						
			$V_3(0)=12.44755697386633$						
0.12	0.28	0.6	$V_1(0)=372.6425497487675$	5.179	32774.372	35106.677	67881.049	139.525	300
			$V_2(0)=430.2883642384833$						
			$V_3(0)=31.701942915834$						
0.16	0.24	0.6	$V_1(0)=-117.8692195977582$	5.208	33110.513	34501.083	67611.596	138.964	300
			$V_2(0)=-461.085362106097$						
			$V_3(0)=26.81193499522927$						
0.2	0.2	0.6	$V_1(0)=-216.7997516378062$	5.242	33450.247	34099.3	67549.547	138.601	300
			$V_2(0)=423.8087802549887$						
			$V_3(0)=27.01995524986447$						
0.24	0.16	0.6	$V_1(0)=-470.14266034189082$	5.2780	33773.948	33824.307	67598.255	138.143	300
			$V_2(0)=451.6907041488155$						
			$V_3(0)=36.95021690947121$						
0.28	0.12	0.6	$V_1(0)=-275.1925182026499$	7.322	48194.921	25696.924	73891.844	103.908	300
			$V_2(0)=472.3452761490738$						
			$V_3(0)=38.96710267291628$						
0.32	0.08	0.6	$V_1(0)=251.5069258240615$	10.294	68782.675	18893.361	87676.036	75.5212	300
			$V_2(0)=-474.1072656251837$						
			$V_3(0)=50.74710303712419$						
0.36	0.04	0.6	$V_1(0)=-454.4416853186289$	15.417	103879.36	13098.288	116977.65	51.2454	300
			$V_2(0)=-150.6419186904628$						
			$V_3(0)=-65.49183587800022$						
0.05	0.45	0.5	$V_1(0)=-155.5623265011935$	13.730	18160.471	61551.467	79711.938	117.505	189.45
			$V_2(0)=30.99735538503668$						
			$V_3(0)=15.64790879028531$						
0.10	0.40	0.5	$V_1(0)=130.3608994430764$	11.499	19753.115	59157.086	78910.201	125.419	214.94
			$V_2(0)=138.0838743379475$						
			$V_3(0)=15.61869641779602$						
0.15	0.35	0.5	$V_1(0)=-203.4756997484165$	7.878	24317.462	50216.566	74534.027	137.785	278.39
			$V_2(0)=-156.321999656894$						
			$V_3(0)=16.64138117474994$						
0.20	0.30	0.5	$V_1(0)=-439.2171103099274$	5.205	33078.08	34547.581	67625.662	138.992	300
			$V_2(0)=447.8759982875525$						
			$V_3(0)=35.2934381155852$						
0.25	0.25	0.5	$V_1(0)=-135.0855407094484$	5.241	33443.698	34119.269	67562.967	138.781	300
			$V_2(0)=483.1728329072398$						
			$V_3(0)=28.60686648296499$						
0.30	0.20	0.5	$V_1(0)=-272.0346833482581$	5.280	33797.275	33838.256	67635.531	138.497	300
			$V_2(0)=483.1573964165574$						
			$V_3(0)=31.74657794212446$						
0.35	0.15	0.5	$V_1(0)=-258.1058249959445$	7.322	48195.816	25724.424	73920.24	104.188	300
			$V_2(0)=480.8069653714010$						
			$V_3(0)=39.05343039784281$						
0.40	0.10	0.5	$V_1(0)=395.3499831312869$	10.294	68782.765	18900.357	87683.122	75.5921	300
			$V_2(0)=-453.1108318842172$						
			$V_3(0)=56.922101378407253$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r$ [s]	$Q_c$ [J]	$Q_m$ [J]	$Q_t$ [J]	$i_{om}$ [A]	$i_1$ [A]
0.45	0.05	0.5	$V_1(0)=463.4479289597616$	15.418	103886.77	13094.884	116981.66	51.2181	300
			$V_2(0)=475.74246046493$						
			$V_3(0)=90.80735927519446$						
0.06	0.54	0.4	$V_1(0)=1.111491698670512e-1$	12.361	15615.166	69176.8	84791.966	132.339	202.17
			$V_2(0)=-156.7015227515912$						
			$V_3(0)=16.9852372292985$						
0.12	0.48	0.4	$V_1(0)=-93.40701818204582$	29.004	17101.654	67500.626	84602.28	91.9345	140.24
			$V_2(0)=-87.15196667218132$						
			$V_3(0)=17.10314626744023$						
0.18	0.42	0.4	$V_1(0)=-439.03809032198$	5.211	32537.412	35365.705	67903.116	139.812	300
			$V_2(0)=-376.7268348764196$						
			$V_3(0)=32.41645687475021$						
0.24	0.36	0.4	$V_1(0)=487.013056476375$	5.281	32579.582	35300.663	67880.245	139.559	300
			$V_2(0)=83.47799325308657$						
			$V_3(0)=28.0719070624359$						
0.30	0.30	0.4	$V_1(0)=-495.5463969163207$	5.242	33452.428	34107.415	67559.843	138.729	300
			$V_2(0)=-380.9236609748777$						
			$V_3(0)=35.60254109214056$						
0.36	0.24	0.4	$V_1(0)=415.3760893877146$	5.279	33793	33862.685	67655.685	138.77	300
			$V_2(0)=347.6946572717204$						
			$V_3(0)=31.23913533623861$						
0.42	0.18	0.4	$V_1(0)=496.8909419730998$	7.322	48195.816	25724.419	73920.234	104.188	300
			$V_2(0)=426.563413453482$						
			$V_3(0)=46.86591285327343$						
0.48	0.12	0.4	$V_1(0)=-172.2365549232047$	10.296	68799.009	18935.227	87734.236	75.9802	300
			$V_2(0)=-429.8827028455323$						
			$V_3(0)=44.09776466123935$						
0.54	0.06	0.4	$V_1(0)=-410.9191337810543$	15.421	103909.04	13098.81	117007.85	51.2807	300
			$V_2(0)=-469.4647799633147$						
			$V_3(0)=85.42451393819887$						
0.07	0.63	0.30	$V_1(0)=239.6209955715216$	11.724	19358.821	58319.011	77677.833	123.112	207.79
			$V_2(0)=110.6127621890243$						
			$V_3(0)=22.95187216821164$						
0.14	0.56	0.30	$V_1(0)=-131.1047664378111$	18.128	17207.303	66986.819	84194.122	111.186	174.07
			$V_2(0)=135.745360984762$						
			$V_3(0)=-20.03752599617085$						
0.21	0.49	0.30	$V_1(0)=-127.727198447826$	8.156	23844.646	51226.65	75071.296	136.903	272.60
			$V_2(0)=-324.2156109073932$						
			$V_3(0)=22.98286830417855$						
0.28	0.42	0.30	$V_1(0)=-308.8464870741599$	5.339	32175.543	35910.853	68086.396	139.897	300
			$V_2(0)=453.9268656771618$						
			$V_3(0)=31.21970317127421$						
0.35	0.35	0.30	$V_1(0)=485.6967936384406$	5.243	33463.234	34103.411	67566.646	138.799	300
			$V_2(0)=-469.293622090514$						
			$V_3(0)=38.55944116937897$						
0.42	0.28	0.30	$V_1(0)=-478.9179867191393$	5.277	33777.762	33883.141	67660.903	138.912	300
			$V_2(0)=-328.0311464785217$						
			$V_3(0)=33.59079400548322$						
0.49	0.21	0.30	$V_1(0)=340.1361226250077$	7.320	48180.89	25780.48	73961.37	104.696	300
			$V_2(0)=-455.5242376556451$						
			$V_3(0)=40.96600701966604$						
0.56	0.14	0.30	$V_1(0)=-242.6386811064195$	10.291	68760.185	18973.696	87733.88	76.2905	300
			$V_2(0)=355.7134889041261$						
			$V_3(0)=41.16763735094394$						
0.63	0.07	0.30	$V_1(0)=351.0173793140344$	15.421	103909.18	13117.138	117026.31	51.4704	300
			$V_2(0)=-286.4427877364403$						
			$V_3(0)=62.27151803401047$						
0.08	0.72	0.20	$V_1(0)=157.6767195177755$	17.790	15158.655	70879.591	86038.246	122.11	183.95
			$V_2(0)=80.36467736110031$						
			$V_3(0)=22.21944578741228$						



Coeficientes del índice de optimización			Resultados de la simulación						
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	V(0)	$t_r[s]$	$Q_d[J]$	$Q_m[J]$	$Q_t[J]$	$i_{om}[A]$	$i_r[A]$
0.16	0.64	0.20	$V_1(0)=-454.2567464603479$	6.800	26308.815	45228.913	71537.727	140.531	298.42
			$V_2(0)=-226.3259248949546$						
			$V_3(0)=30.87523971923049$						
0.24	0.56	0.20	$V_1(0)=-376.6026196508716$	8.654	23076.055	52959.582	76035.637	135.343	263.04
			$V_2(0)=34.16679893676064$						
			$V_3(0)=25.68762660862686$						
0.32	0.48	0.20	$V_1(0)=374.9550767036827$	9.367	29564.309	43106.668	72670.977	119.162	276.45
			$V_2(0)=-92.26462736350419$						
			$V_3(0)=-27.30370360842881$						
0.40	0.40	0.20	$V_1(0)=-395.7833174257119$	5.406	32257.007	36171.157	68428.164	140.107	300
			$V_2(0)=369.0271044269485$						
			$V_3(0)=31.2500596032554$						
0.48	0.32	0.20	$V_1(0)=454.0626729181857$	5.315	33507.413	34415.632	67923.046	139.405	300
			$V_2(0)=-281.184094347921$						
			$V_3(0)=31.212666181392020$						
0.56	0.24	0.20	$V_1(0)=-437.6509227240036$	7.323	48206.011	25776.884	73982.895	104.752	300
			$V_2(0)=449.0971571367019$						
			$V_3(0)=45.22972701493833$						
0.64	0.16	0.20	$V_1(0)=-192.4062143195374$	10.291	68761.924	19057.998	87819.922	77.1691	300
			$V_2(0)=-249.6044398437774$						
			$V_3(0)=30.48997262645506$						
0.72	0.08	0.20	$V_1(0)=-437.9782688073939$	15.420	103901.69	13107.346	117009.04	51.3615	300
			$V_2(0)=-495.5295577556124$						
			$V_3(0)=90.69683563801327$						
0.09	0.81	0.10	$V_1(0)=163.85656190993585$	23.283	15040.145	71327.717	86367.862	118.949	178.62
			$V_2(0)=95.25047664275651$						
			$V_3(0)=24.87644630586396$						
0.18	0.72	0.10	$V_1(0)=-300.2811452356718$	8.594	22764.034	51869.75	74633.785	134.356	256.10
			$V_2(0)=336.0681324698959$						
			$V_3(0)=31.07714022469629$						
0.27	0.63	0.10	$V_1(0)=264.9872216795909$	9.500	21974.491	55657.63	77632.121	132.736	248.88
			$V_2(0)=-289.7277443869733$						
			$V_3(0)=27.98400694115303$						
0.36	0.54	0.10	$V_1(0)=359.3273661554815$	6.973	26694.848	47244.235	73939.083	141.559	300
			$V_2(0)=-312.4989695205045$						
			$V_3(0)=28.96916773362989$						
0.45	0.45	0.10	$V_1(0)=469.1835279060457$	5.2840	33066.33	34813.869	67880.199	139.377	300
			$V_2(0)=481.5799493183521$						
			$V_3(0)=38.69948918144688$						
0.54	0.36	0.10	$V_1(0)=-489.6027923610648$	5.294	33610.943	34171.264	67782.207	139.293	300
			$V_2(0)=-386.2445242520028$						
			$V_3(0)=36.38021054715534$						
0.63	0.27	0.10	$V_1(0)=358.491584372912$	7.322	48198.975	25814.625	74013.6	105.106	300
			$V_2(0)=488.3075128509407$						
			$V_3(0)=43.89253720399162$						
0.72	0.18	0.10	$V_1(0)=475.4986779925962$	10.295	68791.345	18948.152	87739.497	76.0962	300
			$V_2(0)=-416.5029910144917$						
			$V_3(0)=-60.28807048602198$						
0.81	0.09	0.10	$V_1(0)=-303.112994422$	15.419	103894.39	13121.158	117015.54	51.4976	300
			$V_2(0)=-465.7235419735714$						
			$V_3(0)=76.41036714019386$						